

## 普通高級中學必修科目「數學」課程綱要

中華民國 97 年 1 月 24 日臺中（一）字第 0970011604B 號令發布  
中華民國 102 年 7 月 31 日臺教授國部字第 1020071891A 號令修正發布

### 壹、課程目標

普通高級中學必修科目「數學」課程欲達成的目標如下：

- 一、培養學生具備以數學思考問題、分析問題和解決問題的能力。
- 二、培養學生具備實際生活應用和學習相關學科所需的數學知能。
- 三、培養學生欣賞數學內涵中以簡馭繁的精神和結構嚴謹完美的特質。

### 貳、核心能力

- 一、演算能力：能熟練多項式、分式、根式、指對數、三角的運算及估算。
- 二、抽象化能力：能將具體世界中的概念以數學形式表徵。
- 三、推理能力：能認識證明，並進行推論。
- 四、連結能力：能整合數學內部知識並與具體世界連結。
- 五、解題能力：能解決數學形式與生活情境中的數學問題。
- 六、溝通能力：能正確、流暢地利用口語或文字表達解題想法。
- 七、使用計算工具的能力：能使用計算器來處理繁瑣的計算與解決較複雜的問題。

### 參、時間分配

第一、二學年每學期四學分，每週授課四節。

### 肆、教材綱要

普通高級中學必修科目「數學」課程分為數學 I、II、III、IV，各四學分。

- 一、各學年課程的定位如下：

高一數學（數學 I、II）的定位為學習與生活關聯或其他學科需要用到的數學，以建立學生在各學科進行量化分析時所需要的基礎。高一上處理有關連續量的課題，包括由度量連續量所產生的實數，以及描述量與量關係的基本函數，如多項式函數與指數、對數函數。高一下處理有關離散量的課題，包括數列與級數、排列組合、生活中常見的古典機率，以及其他學科常用到的數據分析等。

高二數學（數學 III、IV）的定位為社會組與自然組學生在學習上所應具備的數學知識，其主題為坐標、向量幾何與線性代數。

二、教材綱要包括主題、子題、內容、備註。備註欄表列學習規範及全國性評量不應測試的內容。有關綱要內容的說明與範例則置於附錄。

三、課程分版：高二數學分為 A、B 兩版，B 版的內容包含 A 版，所增加的題材以加註◎號區隔。

## 第一學年：數學 I (函數)、4 學分

主題	子題	內容	備註
一、數與式	1. 數與數線	1.1 數線上的有理點及其十進位表示法 1.2 實數系：實數的十進位表示法、四則運算、絕對值、大小關係 1.3 乘法公式、分式與根式的運算	1.2 不含非十進位的表示法
	2. 數線上的幾何	2.1 數線上的兩點距離與分點公式 2.2 含絕對值的一次方程式與不等式	
二、多項式函數	1. 簡單多項式函數及其圖形	1.1 一次函數 1.2 二次函數 1.3 單項函數：奇偶性、單調性和圖形的平移	1.3 僅介紹 4 次（含）以下的單項函數
	2. 多項式的運算與應用	2.1 乘法、除法（含除式為一次式的綜合除法）、除法原理（含餘式定理、因式定理）及其應用、插值多項式函數及其應用	2.1 不含最高公因式與最低公倍式、插值多項式的次數不超過三次
	3. 多項式方程式	3.1 二次方程式的根與複數系 3.2 有理根判定法、勘根定理、 $\sqrt[n]{a}$ 的意義 3.3 實係數多項式的代數基本定理、虛根成對定理	3.1 不含複數的幾何意涵
	4. 多項式函數的圖形與多項式不等式	4.1 辨識已分解的多項式函數圖形及處理其不等式問題	4.1 不含複雜的分式不等式
三、指數、對數函數	1. 指數	1.1 指數為整數、分數與實數的指數定律	
	2. 指數函數	2.1 介紹指數函數的圖形與性質（含定義域、值域、單調性、凹凸性）	
	3. 對數	3.1 對數的定義與對數定律 3.2 換底公式	3.2 換底公式不宜牽涉太過技巧性與不實用的問題
	4. 對數函數	4.1 介紹對數函數的圖形與性質（含定義域、值域、單調性、凹凸性）	
	5. 指數與對數的應用	5.1 對數表（含內插法）與使用計算器、科學記號 5.2 處理乘除與次方問題	5.1 不含表尾差

主題	子題	內容	備註
		5.3 等比數列與等比級數 5.4 由生活中所引發的指數、對數方程式與不等式的應用問題	5.4 不含等比數列、級數之定義，但在斟酌流暢度的考量下，可以包含等比應用問題
附錄	認識定理的敘述與證明	介紹命題、充分條件、必要條件、充要條件、反證法（含 $\sqrt{2}$ 為無理數的證明）	

## 數學 II (有限數學)、4 學分

主題	子題	內容	備註
一、數列與級數	1.數列	1.1 發現數列的規律性 1.2 數學歸納法	1.1.1 只談實數數列、不含二階遞迴關係 1.1.2 含等比數列、等比級數之正式定義，適當銜接在數學 I 第 3 章之中發展過的等比應用題型，作為學習此單元的前置經驗 1.2 不等式型式的數學歸納法置於數學甲/乙 II 數列與極限中討論
	2.級數	2.1 介紹 $\Sigma$ 符號及其基本操作	
二、排列、組合	1.邏輯、集合與計數原理	1.1 簡單的邏輯概念：介紹「或」、「且」、「否定」及笛摩根定律 1.2 集合的定義、集合的表示法與操作 1.3 基本計數原理（含窮舉法、樹狀圖、一一對應原理） 1.4 加法原理、乘法原理、取捨原理	
	2.排列與組合	2.1 直線排列、重複排列 2.2 組合、重複組合	2.1 不含環狀排列 本章節要避免情境不合常理、過深、或同時涉及太多觀念的題型
	3.二項式定理	3.1 以組合概念導出二項式定理、巴斯卡三角形	3.1 不含超過二項的展開式
三、機率	1.樣本空間與事件	1.1 樣本空間與事件	
	2.機率的定義與性質	2.1 古典機率的定義與性質	2.1 不含幾何機率
	3.條件機率與貝氏定理	3.1 條件機率、貝氏定理、獨立事件	

主題	子題	內容	備註
四、 數 據 分 析	1.一維數據分析	1.1 平均數、標準差、數據標準化	1.1 只談母體數據分析，不涉及抽樣，可用計算工具操作
	2.二維數據分析	2.1 散佈圖、相關係數、最小平方法	2.1 可用計算工具操作。最小平方法的證明置於附錄
附錄	1.演算法 2.最小平方法	辗转相除法、二分逼近法 最小平方法的證明	

## 第二學年：數學 III（平面坐標與向量）、4 學分

主題	子題	內容	備註
一、三角	1.直角三角形的邊角關係 2.廣義角與極坐標 3.正弦定理、餘弦定理 4.差角公式 5.三角測量	1.1 直角三角形的邊角關係（正弦、餘弦）、平方關係、餘角關係 2.1 廣義角的正弦、餘弦、正切、平方關係、補角 2.2 弧度，弧度量與度度量的互相轉換 2.3 直角坐標與極坐標的變換 3.1 正弦定理、餘弦定理 4.1 差角、和角、倍角、半角公式 5.1 三角函數值表 5.2 平面與立體測量	2.1 cot, sec, csc 置於數學甲 I、數學乙 I 2.2 將弧度量融入廣義角的教學，並於其後各節中使用弧度，強化度與弧度的轉換練習。由引進弧度所延伸出的問題僅限於度度量與弧度量之轉換練習，不要延伸到弧長與扇形面積。 4.1 不含和差化積、積化和差公式 5.1 可使用計算器求出三角函數值
二、直線與圓	1.直線方程式及其圖形 2.線性規劃 3.圓與直線的關係	1.1 點斜式 1.2 兩線關係（垂直、平行、相交）、聯立方程式 2.1 二元一次不等式 2.2 線性規劃（目標函數為一次式） 3.1 圓的方程式 3.2 圓與直線的相切、相割、不相交的關係及其代數判定	3.2 不含兩圓的關係
三、平面向量	1.平面向量的表示法 2.平面向量的內積	1.1 幾何表示、坐標表示，加減法、係數乘法 1.2 線性組合、平面上的直線參數式 2.1 內積與餘弦的關聯、正射影與高、柯西不等式 2.2 直線的法向量、點到直線的距離、兩向量垂直的判定	

主題	子題	內容	備註
	3.面積與二階行列式	3.1 面積公式與二階行列式的定義與性質、兩向量平行的判定 3.2 兩直線幾何關係的代數判定、二階克拉瑪公式	

## 數學 IV (線性代數)、4 學分

主題	子題	內容	備註
一、空間向量	1.空間概念 2.空間向量的坐標表示法 3.空間向量的內積 4.外積、體積與行列式	1.1 空間中兩直線、兩平面、及直線與平面的位置關係 2.1 空間坐標系：點坐標、距離公式 2.2 空間向量的加減法、係數乘法，線性組合 3.1 內積與餘弦的關聯、正射影與高、柯西不等式、兩向量垂直的判定 4.1 外積與正弦的關聯、兩向量所張出的平行四邊形面積 ◎4.2 三向量所張出的平行六面體體積 ◎4.3 三階行列式的定義與性質	1.1 僅作簡單的概念性介紹 4.3 不含特殊技巧行列式題型
二、空間中的平面與直線	1.平面方程式 2.空間直線方程式 3.三元一次聯立方程組	1.1 平面的法向量、兩平面的夾角、點到平面的距離 2.1 直線的參數式、直線與平面的關係 ◎2.2 點到直線的距離、兩平行線的距離、兩歪斜線的距離 3.1 消去法 ◎3.2 三平面幾何關係的代數判定	
三、矩陣	1.線性方程組與矩陣 2.矩陣的運算 3.矩陣的應用 ◎4.平面上的線性變換與二階方陣	1.1 高斯消去法（含矩陣的列運算） 2.1 矩陣的加法、純量乘法、乘法 3.1 二階轉移矩陣、二階反方陣 4.1 伸縮、旋轉、鏡射、推移 4.2 線性變換的面積比	1.1 重點在於矩陣三角化的演算法 4.2 此處面積指兩向量所張出的平行四邊形面積
四、二次曲線	1.拋物線 2.橢圓 3.雙曲線	1.1 拋物線標準式 2.1 楕圓標準式（含平移與伸縮） 3.1 雙曲線標準式（含平移與伸縮）	不含斜或退化的二次曲線；不含直線與二次曲線的關係（指弦與切線）；不含圓錐曲線的光學性質

## 伍、實施要點

### 一、教材編寫

- (一) 應力求掌握本課綱設計的精神編寫教材，儘量配合課綱子題設計的先後來訂定章節，但在內容上則不必拘泥綱要內容編排的順序。為達成教材流暢性與完整性所新增的內容，可置於附錄。
- (二) 在編寫要領上，應注意下列事項：
1. 編寫教材時，應注意與國民中小學九年一貫課程的銜接。教材應具時代性、前瞻性及國際性。
  2. 教材應以精緻與完備的出版品呈現。
  3. 教材應注意到銜接、統整和連結。
  4. 教材的呈現應循序漸進，適當鋪陳，引發學習動機，注意學生學習心理，在直觀與嚴謹之間取得平衡，並兼顧從特例到一般推理的必要。
  5. 教材應有足夠多的範例與習題。範例應具有意義並反映數學思考，在範例之後應有隨堂練習，在課文之後應有啟發深思的習題。習題要扣緊主題，在深度上由淺入深，不宜與教材內容有太大落差。範例與習題的妥適性可由下列的指標來判斷：
    - (1) 是否為無意義的人工化難題？
    - (2) 所謂生活化的問題是否符合常理？
    - (3) 是否屬於大學程度的題材，雖可用高中所學的方法解決，但仍屬困難？
  6. 範例與習題應注意與生活、其他學科及下列九大議題的連結：生命教育、性別平等、法治教育、人權教育、環保教育、永續發展、多元文化、消費者保護教育、海洋教育。
  7. 教師手冊要提供教師對教材進一步的認識，對課程深入的瞭解和最有效率的教法。教師手冊亦應提供相關的進階資訊供教師參考。
  8. 專有名詞應採用教育部最新編訂公布名詞。各專有名詞及外國人名應於索引中附原文。
- (三) 審查注意事項：教科書的審查應掌握課程綱要的內容、備註及其說明所呈現的精神，並依據上述教材編寫注意事項進行。審查時，應遵照國立編譯館所頒布的審訂規範，並尊重出版自由的精神。

### 二、教學進度

各校可配合學生學習情況，彈性調整教學進度。針對放棄學習的學生，應予適當的輔導。針對學習較慢的學生，應有以下補救措施：可依學習不足狀況開設基礎數學選修課程；可彈性調整學習進度，只要在學測前學完數學必修課即可；學習方式可採螺旋式，不一定要按課綱的章節順序學習；可依實際狀況彈性調整評量方式。針對學習較快的學生，則可提供進階選修課程，以激發其學習熱忱。

### 三、教學設備與資訊

為建構抽象思維的實體圖像，數學學科中心應研發電腦輔助教學範例（例如：以電腦協助講授函數圖形、立體幾何、解方程式和統計課程），並建立教學資訊平台，充分提供各項網路教學資訊予各校。

### 四、計算工具的使用

- (一) 在學生已熟練計算原理的情況下，為避免太多繁複計算降低學習效率，應允許學生於學習及評量中適當地使用計算器。例如統計數據的計算可使用

普通計算器，指數、對數函數及三角函數的求值則可使用科學計算器。

- (二) 在學生熟練描點繪圖的情況下，可輔以電腦繪圖，加強其建立函數圖形的直觀。

## 五、教學評量

(一) 平時測驗的方式宜有彈性，要針對學生學習狀況設計適合其程度的評量方式。在評量時要給予充分的時間思考，並要求學生將過程寫下，以瞭解學生思考的步驟。測驗的題目應區分為基礎和進階兩類，依學生程度做適當的評量。

(二) 為導正學習文化，在實施全國性測驗評量時，應提供學生充分的思考時間，以避免學生為求快速解答而忽略數學思考的學習。同時題數不宜太少，以免為求鑑別度而將題目導引到難題化。程度上應從基礎題到進階題均勻分布。

相關評量單位應研究優良題型的評鑑指標，協助教學現場創造出優質的學習環境。

## 陸、附錄

數學 I、II、III 及 IV 的說明與範例。

### 數學 I：函數

數學 I 處理連續量相關的課題，包括度量連續量的實數，以及表現兩連續量關係的函數，函數也是數學與具體世界連結的媒介。近年來，由於許多學科的數量化與數學化的需求，使得各國的高中數學教育特別重視函數及其應用，在先進國家，學生除用描點繪圖外，還用電腦繪圖輔助函數的學習，以建立其函數與圖形的直觀連結。本次課綱修訂，也加強函數這個主題。在高一階段，學生要學習基本函數（多項式函數、指數、對數函數）的基本操作，認識其基本特徵與圖形以及基本的應用。因為其他學科普遍用到一次函數、二次函數，以及指數、對數函數，更應特別加強這些題材的學習。

#### 一、數與式

實數是度量連續量的符號。在第一章的「數與式」中，學習目標為建構直尺，也就是要學習實數的十進位表示法，以及處理數線上的幾何問題。

首先複習有理數系並延伸介紹循環小數，但此處僅需初步介紹循環小數為有理數，證明則留待極限的章節討論。藉由有理數的十進位表示法，導入介紹數線上實數的十進位表示法，即無限小數。此處僅需建立實數可由有限小數逼近的直觀，不需涉及實數的完備性觀念。至於  $\sqrt{2}$  為無理數的證明，則置於附錄。在數的學習中，要循序漸進地引領學生學習以文字替代具體數字的形式操作，包括展開、分解與化簡，以與國中的經驗連結，並作為學習函數的基礎。

其次由數線上的方程式複習變數的觀念，處理數線上的幾何問題，包括分點公式，以及與距離相關的方程式與不等式問題。

##### 1. 數與數線

###### 1.1 數線上的有理點及其十進位的表示法

透過有理數的相除意涵，讓學生發現有理數可以用有限小數或循環小數來表示，此處讓學生操作分母為一位數的有理數即可。循環小數為有理數的證明，留待極限章節處理，此處僅需初步介紹。要告知學生一個實數為有理數的充分必要

條件為該數的十進位表示法是有限小數或循環小數。

### 1.2 實數系：實數的十進位表示法、四則運算、絕對值、大小關係

實數與數線上的點有一一對應的關係，透過不斷作十等分的細分，直觀介紹實數可用有限或無限小數表示，並建立實數可用有限小數逼近的直觀。實數的操作包括絕對值、根數操作與實數大小的比較。

- $\sqrt{2}$  可表為無限小數。
- 絕對值的定義。
- 複習根式的運算與化簡：如  $\frac{1}{\sqrt{2}-1} = \sqrt{2}+1$ 、 $\sqrt{a^2} = |a|$ 、算幾不等式  $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$ 。
- 數的大小比較。

### 1.3 乘法公式、分式與根式的運算

對文字符號所組成的代數式能進行展開、分解及化簡等形式運算。乘法公式及其逆運算（如：立方和、立方差），此處不要延伸為複雜的因式分解。

- 型如  $(a+b)^3$ 、 $(a+b)(a^2-ab+b^2)$ 、 $(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 、 $(a+b+c)^2$ 、 $(1-x)(1+x+x^2)$  的展開式與逆運算，但不宜過度延伸。
- 不含雙十字交乘法如  $(x+y-1)(x-y+2)$  的因式分解。
- 不宜的公式： $x^3+y^3+z^3-3xyz = (x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)$ 。
- 能化簡繁分式與根式，如：

$$\frac{1}{\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)} = \frac{2ab}{a+b} \quad , \quad \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{a}{c}\right)^2 + \left(\frac{b}{c}\right)^2}} = \frac{|c|}{\sqrt{a^2+b^2}} \quad , \quad \sqrt{5+2\sqrt{6}} = \sqrt{3} + \sqrt{2} \quad , \\ \sqrt{x^2+x^{-2}+2} = x + x^{-1}.$$

## 2. 數線上的幾何

### 2.1 數線上兩點距離與分點公式

例如能算出介於  $a, b$  之間且與  $a, b$  距離的比為 2:3 的點  $x$ 。

### 2.2 含絕對值的一次方程式與不等式

- 三角不等式： $|a+b| \leq |a| + |b|$ 。
- $|x-3| < 2$  且  $|x-1| < 1$  的解的範圍為  $1 < x < 2$ 。
- 求  $|x-1| < |2x-3|$  的解的範圍。

## 二、多項式函數

本章的重點是簡單多項式與多項式的除法。在第二章「多項式函數」裡，首先複習函數的概念以及一次與二次函數，作為與國中課程的銜接，並作適度延伸，強調函數的特徵、圖形與應用的連結。一次、二次函數是最基本的函數，要加強學習。在一次函數裡，學生要理解變化率的物理意涵，以及斜率的幾何意涵。在二次函數裡，學生要複習與延伸學習配方法、平移、極值、判別式和正定性（恆正性），能繪圖並能應用。在單項函數  $y = cx^n$  ( $n=1, 2, 3, 4$ ) 中，學生要能繪圖、瞭解函數的奇偶性、單調性，並作函數圖形的平移。簡單多項式函數是本章的基礎，學生應該要熟練。

在一般多項式的應用中有兩個課題，一是多項式的求值，一是插值多項式。

原則上多項式可以透過四則運算求值，也因為如此，多項式被用來逼近一般函數，並用來求一般函數的近似值。另外，多項式也被用來作為插值的工具。插值方法很重要，它用少量的數據表現連續型的資訊，展現數學的效率與精確性。

除法是處理多項式的核心方法。一般多項式透過與低次多項式的相比（即相除），可得出多項式的不同表現，並可用來求值。此處低次多項式是指型如 $(x-a)$ 、 $(x-a)(x-b)$ 、 $x^2+1$ 、 $x^2+x+1$ 的一次與二次多項式。比如將多項式 $f(x)$ 除以 $(x-a)$ ，餘式可得 $f(a)$ ；連續除以 $(x-a)$ 可得 $f(x)$ 的 $(x-a)$ 幕方展開式，它可用來求 $f(x)$ 在 $a$ 附近的近似值。又如將 $f(x)$ 分別除以 $(x-a)$ ， $(x-b)$ ，得餘式 $\alpha$ ， $\beta$ ，可用來表現通過 $(a,\alpha)$ ， $(b,\beta)$ 的插值多項式，此插值多項式即為 $f(x)$ 除以 $(x-a)(x-b)$ 的餘式，此為數學化繁為簡的精神。在多項式方程式的除法課題裡，具體多項式的次數仍不宜超過五次，重點是學會除法的操作與化繁為簡的精神。餘式定理與因式定理是除法原理的推論。因式定理可用來證明插值多項式的唯一性。學生學到不超過三次的插值多項式即可，以避免繁瑣的計算。

多項式方程式的課題是求多項式的根。首先處理二次方程式的求根問題，包括判別式、根的公式解、根與係數關係，以及它們的應用。在二次方程式的複數根裡，介紹複數系，包括複數的四則運算、共軛複數，以及二次方程式的共軛複數根（虛根成對）。但由於複數平面以及複數的幾何意涵需要較成熟的數學素養，故此處暫不涉及，而留待高三選修數學甲 I 的三角函數章節再處理。二次以上的整係數多項式方程式可用簡單的因式分解（如平方差、立方和、立方差）或牛頓定理求其有理根。但此部份的多項式不宜太高次，首尾項的係數也不宜有太多因數，以避免繁複的操作；此段內容應避免學生誤會整係數多項式方程式的根都是有理數。一般多項式求實根的主要辦法是勘根定理，此處重點是以求 $n$ 次方（實）根，以及低次多項式方程式的實根為主，前者是學習指數函數的先備知識。最後談一般實係數多項式的虛根成對定理，並介紹一般實係數多項式可分解為一次式與二次式乘積的代數基本定理。

多項式函數的圖形與多項式不等式的重點，主要是讓學生辨識到已分解的多項式函數的圖形特徵（包括零根位置、重根的意涵、函數值的正負），其中零根的位置與單項函數圖形的平移作連結，重根的意涵與單項函數的圖形作連結，函數值的正負與二次式的恆正性作連結。讓學生建立函數圖形與函數特徵的關聯是函數學習的重要內涵。函數圖形可在書上呈現，或以電腦繪圖展示。

### 1. 簡單多項式函數及其圖形

#### 1.1 一次函數：變化率（應用意涵，如速度）、斜率（幾何意涵）

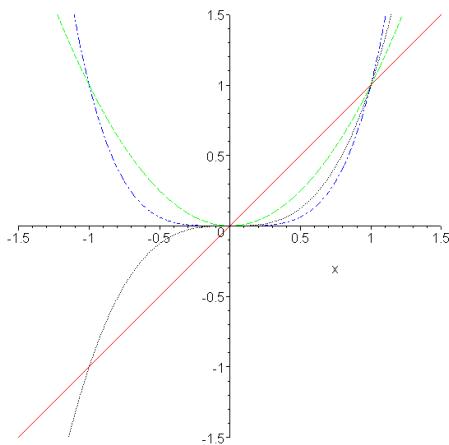
- 介紹函數 $y = f(x)$ 的符號及函數圖形。
- $y = mx + b = m(x - x_0)$ 中 $m, x_0, b$ 的幾何意涵，其中 $m$ 在幾何上的意涵為斜率，在應用上的意涵表示 $y$ 對 $x$ 的變化率。

#### 1.2 二次函數：配方法、圖形、極值、判別式、正定性（恆正性）、應用實例

- 極值問題的應用，例如： $f(x) = x^2 + 2x + 3, -2 \leq x \leq 2$  的極值。
- 正定性：所謂二次式的正定性是指其函數值的恆正性，譬如判斷 $x^2 - x + 4$  恒為正。
- 能繪出各種不同型式的二次函數的圖形，如 $y = c(x-a)(x-b)$ 、 $y = ax^2 + bx + c$ 、 $y = a(x-h)^2 + k$ ，並能進行二次函數不同型式的轉換。

#### 1.3 單項函數的奇偶性、單調性和圖形的平移

- 瞭解函數 $y = x^n$ ， $n = 1, 2, 3, 4$  在 $[-1.5, 1.5]$ 的圖形。



- 當  $n$  為正整數時，型如  $y = cx^n$  函數的奇偶性與單調性。
- 瞭解  $c$  的正負、大小與函數  $y = cx^n$  圖形的關係。
- 利用平移畫出型如  $y = c(x-h)^n + k$  的圖形，但不涉及二項式展開的逆運算。

## 2.多項式的運算與應用

2.1 乘法、除法（含除式為一次式的綜合除法）、除法原理（含餘式定理、因式定理）及其應用（含多項式函數的求值）

- $(x-a)(x^{n-1} + x^{n-2}a + \dots + a^{n-1}) = x^n - a^n$ ， $n = 2,3,4$ 。
- $(x+a)(x^2 - ax + a^2) = x^3 + a^3$ 。
- 除法中的除式不宜太高次，以一次式和二次式為主。
- 透過連續的多項式綜合除法，求  
 $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 6x + 3 = a + b(x-1) + c(x-1)^2 + d(x-1)^3$  中的  $a,b,c,d$  與求  
 $f(1.01)$  的二位小數近似值。
- 求  
 $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 6x + 3 = a + b(x-1) + c(x-1)(x-2) + d(x-1)(x-2)(x-3)$   
 中的  $a,b,c,d$ 。
- $f(x)$  除以  $(x-a)(x-b)$  的餘式為通過  $(a, f(a)), (b, f(b))$  的插值多項式。
- 若  $f$  有  $a,b$  兩實根，則  $f$  可寫成  $f(x) = q(x)(x-a)(x-b)$  的型式。
- 透過因式定理證明插值多項式的唯一性。
- 設通過  $(1,1), (2,3), (3,7)$  的多項式為  $f(x) = a + b(x-1) + c(x-1)(x-2)$ ，求  
 $a, b, c$  及  $f\left(\frac{1}{2}\right)$ 。

- 插值多項式：通過(11,3),(12,5),(13,8)的多項式可表示為

$$f(x) = 3 \times \frac{(x-12)(x-13)}{(11-12)(11-13)} + 5 \times \frac{(x-11)(x-13)}{(12-11)(12-13)} + 8 \times \frac{(x-11)(x-12)}{(13-11)(13-12)} , \text{求 } f(11.5) \text{ 的值。}$$

- 此處暫不處理下面的題型：「設通過(1,1),(2,3),(3,7)的多項式為

$f(x) = a + bx + cx^2$ ，求  $a, b, c$ 。」此類題型將在數學 IV 的聯立方程組章節中處理。

### 3. 多項式方程式

#### 3.1 二次方程式的根與複數系（含複數根與複數的四則運算）

二次方程式的根包括判別式、公式解、根與係數關係及簡易分式方程式；複數系包括複數的引進（不引進複數平面與複數的幾何意涵，如：絕對值）、複數的四則運算，以及共軛複數。

- 複習  $ax^2 + bx + c = 0$  的公式解，含複數根。

- 根與係數關係：

設  $x^2 + 5x + 3 = 0$  的二根為  $\alpha$  與  $\beta$ ，求  $\alpha^2 + \beta^2$ 、 $\alpha^3 + \beta^3$ 。

- 簡易分式方程式（通分展開後為二次方程式），如： $\frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-2} = \frac{3}{2}$ 。

#### 3.2 有理根判定法、勘根定理、 $\sqrt[n]{a}$ 的意義

本節談論的是一般實係數的多項式，整係數多項式的因式分解不必太過強調，以免學生誤會整係數多項式的根都是有理根。

- 有理根判定法：首尾項係數不宜有太多因數，以免過於繁複的運算。
- 勘根定理： $x^n = a$  的求實數解，其中  $a > 0$ 、求  $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$  的實根。
- 正  $n$  次方根的存在唯一性證明。

#### 3.3 實係數多項式的代數基本定理、虛根成對定理

- 證明虛根成對定理，並讓學生知道實係數多項式可分解為一次式與二次式的乘積的事實：

$f(x) = k(x - a_1)^{r_1} \cdots (x - a_k)^{r_k} (x^2 + b_1x + c_1)^{s_1} \cdots (x^2 + b_mx + c_m)^{s_m}$  其中二次式不可分解。

- 利用除法求  $f(x) = 5x^4 - 21x^3 + 30x^2 - 9x + 7$  在  $x = 2 + i$  的值。

### 4. 多項式函數的圖形與多項式不等式

#### 4.1 辨識已分解的多項式函數圖形及處理其不等式問題

只談低次或已分解的多項式不等式問題，並能辨識函數圖形特徵（根的位置、重根、函數值正負的區間），但重根不宜超過三次，儘量多透過教科書的呈現或電腦繪圖協助學生建立圖形與函數的連結。此處不需延伸到複雜的分式不等式的問題。

- $(x-1)(x+2)^2(x-4) > 0$ 、 $(x-1)(x-2)^3(x^2+x+1) > 0$ 。
- $x^3 - 1 > 0$ 、 $x^4 - 2x^2 - 3 > 0$ 。
- 簡易分式不等式： $\frac{1}{x} < 0$ 、 $\frac{1}{x-1} < 1$ 、 $\left| \frac{1}{x} \right| < 1$ 。

### 三、指數、對數函數

本章的重點為指數定律、對數定律及其應用。指數定律的學習由指數為整數、分數到實數，以數字、文字方式循序漸進，讓學生熟悉指數定律，並透過計算器的操作，建立  $10^x, x = 0.1, 0.2, \dots, 0.9$  的數字感，並輔以生活上的實例。指數為實數的定義不必嚴格，直觀上僅需利用指數為有理數去逼近即可。

要介紹指數函數（底數  $a > 0, a \neq 1$ ）的圖形與性質，包括：值域、單調性（嚴格遞增、嚴格遞減）與凹凸性，這裡凹凸性僅做割弦在函數圖形上方的直觀介紹即可。主要的指數函數為  $2^x$  及  $10^x$ 。

對數的內容包括： $x = \log_a b$  的定義是  $a^x = b$ 、對數定律以及換底公式。換底公式是將一般底換成 10 為底，以配合後面對數表的使用。傳統上換底公式的題材常製造出許多難題，並無實用的意義，這類題材應予刪除。對數定律是處理指數方程式的核心方法。對數定律包括  $\log(xy) = \log x + \log y$ 、 $\log(x/y) = \log x - \log y$  與  $\log(x^\alpha) = \alpha \log x$ 。它將乘除問題化簡為加減問題，次方問題化簡為乘除問題。在介紹對數定律時，不要列出太多衍生的公式，以免打亂了上述化簡的核心思想。

對數函數要介紹對數函數的定義域、值域、單調性以及凹凸性，其中凹凸性僅作割弦在函數圖形下方的直觀介紹即可。關於一般底的對數函數，可透過換底公式換為以 10 為底的對數函數  $\log_a x = \frac{1}{\log a} \log x$ ，也就是一般底的對數函數只是  $y = \log x$  在 Y 軸上的伸縮，故對數函數主要介紹  $y = \log x$  為主。

指數、對數的應用包括：學習對數表、認識科學記號、利用對數表處理大、小數的乘除與次方問題、等比數列與級數、一般算幾不等式，以及處理指數方程式、指數不等式的應用問題。生活周遭與自然界中有許多呈指數成長或衰退的現象，如人口成長、細胞分裂、放射性元素衰變、藥物代謝、複利等，或以指數方式度量的音量、音階、地震強度、酸鹼值等。透過這些實例引領學生學習以指數方程式或不等式建立數學模型。純人工化指對數方程式與指對數不等式問題則不宜過度延伸。

#### 1.指數

##### 1.1 指數為整數、分數與實數的指數定律

- $n$  次根數的操作： $10^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{\frac{1}{3}} = 10^{\frac{5}{6}}$ ， $2^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} = 6^{\frac{1}{3}}$ 。
- 指數為分數的指數函數的單調性， $10^{\frac{1}{3}} < 10^{\frac{1}{2}}$ 。
- 指數化簡不宜太過複雜或太人工化，下列題型不適宜：  
化簡  $(x^{\frac{a}{a-b}})^{\frac{1}{c-a}} \cdot (x^{\frac{b}{b-c}})^{\frac{1}{a-b}} \cdot (x^{\frac{c}{c-a}})^{\frac{1}{b-c}}$ ；  
若  $a^{2x} = 2 + \sqrt{3}$ ，求  $\frac{a^{3x} + a^{-3x}}{a^x + a^{-x} + \sqrt{6}}$  的值。

- 指數為實數的定義不必嚴格，直觀上僅需利用指數為有理數去逼近即可。

## 2.指數函數

### 2.1 介紹指數函數圖形與性質（含單調性、凹凸性）

這裡凹凸性僅做割弦在函數圖形上方的直觀介紹即可。主要的指數函數為  $2^x$  及  $10^x$ 。

## 3.對數

### 3.1 對數的定義與對數定律

- 對數定律僅介紹： $\log(xy) = \log x + \log y$ ， $\log(x/y) = \log x - \log y$ ， $\log(x^\alpha) = \alpha \log x$ 。不要列出太多衍生的公式，如

$$\log_{a^m} b^n = \frac{n}{m} \log_a b, (\log_a b)(\log_b c) = \log_a c, a^{\log_a b} = b^{\log_b a}$$

### 3.2 換底公式： $\log_a x = \frac{1}{\log a} \log x$

換底公式是換成 10 為底的對數為主，以配合後面對數表的使用。傳統上換底公式常製造出許多難題，並無實用的價值，這類題材應予刪除。

## 4.對數函數

### 4.1 介紹對數函數圖形與性質（含定義域、對數定律、單調性、凹凸性）

- 此處凹凸性僅作割弦在函數圖形下方的直觀介紹即可。
- $y = a^x$  等價於  $x = \log_a y$ 。

- $\log_a x = \frac{1}{\alpha} \log x$ ， $\alpha = \log a$ ，也就是對數函數的換底是在值域上的伸縮。

### • 算幾不等式

算幾不等式  $\sqrt{ab} \leq \frac{a+b}{2}$  等價於  $\frac{\log a + \log b}{2} \leq \log\left(\frac{a+b}{2}\right)$ ，等式成立於  $a = b$

此處的算幾不等式等價於對數函數的凹凸性，僅作直觀介紹，不用嚴格證明。

## 5.指數與對數的應用

### 5.1 對數表（含內插法）與使用計算器、科學記號

表尾差與內插法的概念相同，但內差法的適用範圍廣泛，故刪除表尾差的內容以內插法取代。

### 5.2 處理乘除與次方問題、算幾不等式

- 處理乘除與次方問題，如： $2^{100}$  為幾位數？ $(1.18)^{10}$  約為多少（有效數字小數點以下兩位）？

### 5.3 不含等比數列、級數之定義，但在斟酌流暢度的考量下，可以包含等比應用問題，不含無窮等比級數。

### 5.4 由生活中所引發的指數、對數方程式與不等式的應用問題，如：複利、人口成長、細胞分裂、放射元素衰變、藥物代謝、貸款等問題。純人工化指數方程式與指數不等式問題則不宜過度延伸。

## 數學 II：有限數學

數學 II 處理與離散量相關的有限數學問題。二十世紀計算機的發明，提供人類處理大量數據的工具，促使許多學門進行數量化與數學化的革命。有限數學包括離散數學（數列與級數、排列組合）、離散的古典機率論，以及基本的數據分析，這些都是各學科進行量化分析所需的基本工具。雖然有限數學的課題仍是古典的內容，但因應時代的發展，應有新的視角，特別是它在計算機科學與統計科學方面新的應用，並避免操練傳統的人工化難題以及繁瑣的計算。

### 一、數列與級數

本章節作為有限數學的先備知識，主要是讓學生發現數列的規律性，歸納成公式，並用數學歸納法加以證明。核心的公式為一階線性遞迴關係。至於一階遞迴不等式是屬於分析方面題材，留待數學甲/乙 II 的極限章節中處理。級數部分包括基本的求和公式與  $\Sigma$  符號的操作。

#### 1. 數列

##### 1.1 發現數列的規律性

- 等比數列與等比級數：介紹等比數列、等比級數的定義，適當銜接在數學 I 第 3 章之中發展過的等比應用題型，作為學習此單元的前置經驗。不含無窮等比級數。
- 一階遞迴關係：由具體實例讓學生由前數項推測下一項，並歸納出遞迴關係，如  $a_{n+1} = a_n + d$  、  $a_{n+1} = ra_n$  、  $a_{n+1} = a_n + n$  、  $a_{n+1} = a_n + n^2$  、  $a_{n+1} = (n+1)a_n$  。

1.2 數學歸納法：以驗證前述所發現的數列規律為主，含不等式的數學歸納法將在數學甲/乙 II 的「數列及其極限」章節中討論。

#### 2. 級數

##### 2.1 介紹 $\Sigma$ 符號及其基本操作

- 展開式與  $\Sigma$  型式的互換。
- $\Sigma$  的性質： $\sum_{k=1}^n (a_k + b_k) = \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n b_k$  ，  $\sum_{k=1}^n ca_k = c \sum_{k=1}^n a_k$  。
- 換指標  $\sum_{k=1}^n a_k = \sum_{k=2}^{n+1} a_{k-1}$  ，以一個  $\sum$  為限。
- 歸納出基本求和公式： $\sum_{k=1}^n k$  、  $\sum_{k=1}^n k^2$  、  $\sum_{k=1}^n \frac{1}{k(k+1)}$  的公式，並用數學歸納法證明。

### 二、排列、組合

「排列組合」的定位為處理生活中常見的計數問題，並作為學習古典機率的準備。排列組合以及計數的問題，最基本的公式通常並不複雜，學生學習的困難常在於無法把文字敘述的題目，適當地「翻譯」與「對應」到該用的公式。學習翻譯與對應的同時，也應該強調分辨「計數對象是什麼」的重要性，也就是要分清楚「什麼跟什麼是不同的物件」。這種將語文轉化為數學的題材，應在教材中詳細闡述，同時教師於課堂上也需按部就班引導學生，並讓學生多做閱讀練習，以建立學生在此方面的轉化能力。

過去在「排列組合」的教學上，常有許多刁鑽古怪的難題，有些題型的情境不合常理，有些是大學才需要學習，有些則是用到太多觀念（如「環狀排列」等），這類難題都應避免，以免降低了學習效率。學生應該只需掌握下列範例中的基本

題型即可。

### 1.邏輯、集合與計數原理

1.1 簡單的邏輯概念：介紹「或」、「且」、「否定」及笛摩根定律。

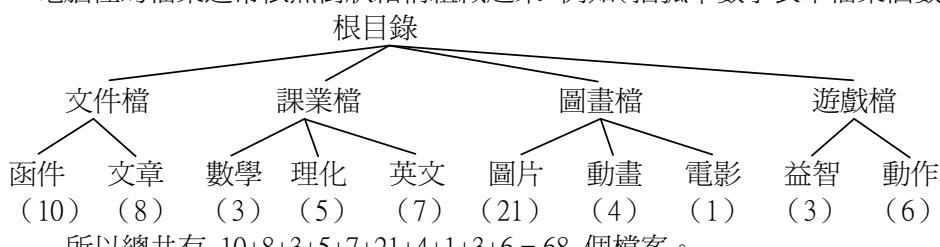
#### 1.2 集合的定義、集合的表示法與操作

聯集、交集、補集、差集、乘積集合與文氏圖。

#### 1.3 基本計數原理（含窮舉法，樹狀圖、一一對應原理）

集合元素的計數（應介紹符號  $|S|$ ，用以表示一個集合  $S$  的元素個數）。原始的計數仍然出自窮舉法，但可使用樹狀圖幫助組織資料，以達成計數目的。

- 電腦裡的檔案通常依照樹狀結構組織起來，例如(括弧中數字表示檔案個數)：



所以總共有  $10+8+3+5+7+21+4+1+3+6=68$  個檔案。

• 一一對應原理：在兩集合之間如果能建立一一對應，則兩集合的元素個數相等。例如有 51 個人參加網球單淘汰賽，就是說任何一位選手只要輸一場，就被淘汰出局。並且每一場比賽都一定有一位得勝，不允許有和局。在每一輪比賽中，將選手盡可能地配對相比。如果有奇數位選手，則暫時剩下一位。只要比賽進行足夠多次，最後就會有一位冠軍出現。請問總共要比幾場，才能產生冠軍？因為 51 不算是太大的數目，當然可以使用直接安排比賽程序得出答案。但是更能看出問題核心的辦法，是觀察出下面的一一對應。因為每一場比賽會產生唯一的失敗者，而且每位選手如果會失敗，也只會失敗一次，所以比賽的場次與失敗者之間有一個一一對應，也就是說比賽場數等於失敗者人數。因為最後只有冠軍一個人從來不會失敗，所以一共剛好比賽 50 場。

#### 1.4 加法原理、乘法原理、取捨原理

• 加法原理：假設  $A$  與  $B$  是不相交的有限集合，則  $|A \cup B| = |A| + |B|$ 。

• 介紹  $A, B$  為兩集合時，乘積集合  $A \times B$  的定義和乘法原理： $|A \times B| = |A| \cdot |B|$ 。

• 取捨原理只考慮最多三個集合間的取捨，令  $A, B, C$  為三個有限集合，則

$$(1) |A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|.$$

$$(2) |A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |C \cap A| + |A \cap B \cap C|.$$

另外可用文氏圖說明取捨原理。

經常看到把 Principle of Inclusion and Exclusion (PIE) 翻譯為「排容原理」，或「容斥原理」。但中文裡原來沒有「排容」或「容斥」這類習慣說法，且這些名詞無法明確表達這個數學概念的真正意涵。一般我們只有在傳統習慣的文辭中沒有恰當翻譯法時，才去生造或杜撰新名詞。其實 Inclusion and Exclusion 就是在做「取捨」，因此把 PIE 翻譯為「取捨原理」較為恰當。

### 2.排列與組合

#### 2.1 直線排列、重複排列

直線排列：

•  $n$  個相異物件的排列數為階乘數  $n!$ 。

(球與籃子模式：把編號是 1 到  $n$  的球，放入編號是 1 到  $n$  的籃子裡，每個籃子恰放一個球，放法總數為階乘數  $n!$ 。)

- 從  $n$  個元素的集合中，每次取出  $k$  個相異元素做排列，則總數為排列數  
 $P_k^n = \frac{n!}{(n-k)!}$ 。(球與籃子模式：把編號是 1 到  $k$  的球，放入編號是 1 到  $n$  的籃子裡，每個籃子最多放一個球，放法總數為排列數  $P_k^n$ 。)
- 班上有 50 人，要選正、副班長各 1 人，共有多少種選法？  
 重複排列：重複排列可看做是乘法原理的推廣。
- 從  $n$  個元素的集合中，每次取出  $k$  個元素做排列，允許重複取出同樣的元素，則總數為  $n^k$ 。  
 (球與籃子模式：把編號是 1 到  $k$  的球，放入編號是 1 到  $n$  的籃子裡，每個籃子裡的球數沒有限制，放法總數為  $n^k$ 。)
- 三排組合號碼鎖，每排有 10 個數字，共有  $10^3$  種組合。
- 投銅板，出現正面記為 1，出現反面記為 0。若令集合  $A=\{0,1\}$ ，則投  $n$  次所有可能結果的集合為  $A^n = A \times A \times \dots \times A$ (共乘  $n$  次)，其元素個數為  $2^n$ 。

## 2.2 組合、重複組合

組合：由組合數的基本公式  $C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ ，經簡單計算得出的式子，儘量賦予選取物件式的組合解釋。

- 從  $n$  個元素的集合中每次取出  $k$  個相異元素，不同取法的總數是組合數  
 $C_k^n = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ 。
- 球與籃子模式：把  $k$  個沒有編號且不可分辨差異的球，放入編號是 1 到  $n$  的籃子裡，每個籃子最多放一個球，放法總數為組合數  $C_k^n$ 。  
 重複組合：
- 從  $n$  個元素的集合中每次取出  $k$  個元素，允許重複取出同樣的元素，則不同取法的總數為重複組合數  $C_k^{n+k-1}$ 。
- 球與籃子模式：把  $k$  個沒有編號且不可分辨差異的球，放入編號是 1 到  $n$  的籃子裡，每個籃子裡的球數沒有限制，放法總數為重複組合數  $C_k^{n+k-1}$ 。
- 對於給定的  $n$  與  $k$ ，方程  $x_1 + x_2 + \dots + x_n = k$  的非負整數解總數也是重複組合數  $C_k^{n+k-1}$ 。

## 3.二項式定理

二項式展開為二項分布的基礎，而二項分布為機率統計的一個核心概念。

### 3.1 以組合概念導出二項式定理、巴斯卡三角形

- 二項式定理：利用組合的概念推導出  $(x+y)^n$  展開式中一般項的形式，應處理生活中二項式展開的問題，不宜延伸做人工化的例題，如：求  $\left(x^2 + \frac{1}{x} + 1\right)^5$  中  $x$  的係數。
- 巴斯卡三角形。  
 利用二項式定理所推導的各種公式，儘量賦予「有幾種不同選法」或「有幾種不同走法」的解釋，以增加學生對於組合的直觀認識。

## 三、機率

### 1.樣本空間與事件

### 1.1 樣本空間與事件

藉由集合來說明幾個事件的同時發生、至少有一件發生、某事件未發生等狀況。

- 樣本空間為投銅板五次的所有可能，事件為「正面出現的次數為 3」。

### 2. 機率的定義與性質

#### 2.1 古典機率的定義

藉由生活中的實例，以說明機率函數要滿足的基本條件。並證明機率函數的基本性質。

- 班上有 50 人，同學間有人生日相同的機率為何？

### 3. 條件機率與貝氏定理

#### 3.1 條件機率、貝氏定理

- 某公司的產品分別由 A、B、C 工廠所提供之，其中 A 工廠提供 40%，B 工廠提供 30%，C 工廠提供 30%，而 A 工廠的所生產的產品中有 5% 的瑕疵品，B 工廠的所生產的產品中有 10% 的瑕疵品、C 工廠的所生產的產品中有 8% 的瑕疵品，若從該公司的產品中發現一個瑕疵品，則此瑕疵品為 A 工廠所製造的機率為何？
- 某一檢查方法對檢驗某一疾病有 90% 的準確率，也就是說，如果患有該疾病的人做檢查，那麼有 90% 的機會會呈現陽性反應；如果沒有該疾病的人做檢查，也有 90% 的機會會呈現陰性反應。假設已知全國人口中有 2% 的人患有該疾病，如果有一人以此檢查方法的檢查結果為陽性，那麼他罹患該病的機率為何？

## 四、數據分析

透過平移與伸縮將數據標準化，是數據分析的一個核心方法。在教學現場，學生可利用計算器進行數據標準化，以避免繁瑣的運算。

### 1. 一維數據分析

#### 1.1 平均數、標準差、數據標準化（可以用計算器操作）

- 數據集中的趨勢，如：算術平均數： $\mu = \frac{1}{n} \left( \sum_{k=1}^n x_k \right)$ ，幾何平均數： $(x_1 x_2 \cdots x_n)^{\frac{1}{n}}$  等。
- 數據分散的趨勢：標準差： $\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \left( \sum_{k=1}^n (x_k - \mu)^2 \right)}$ 。
- 說明一元二次多項式  $\frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \bar{x})^2$  的最小值為  $\sigma^2$ ，最小值發生在  $x=\mu$ 。
- $\frac{x_i - \mu}{\sigma}$  稱為數據  $x_i$  的標準化。

## 2.二維數據分析：

2.1 散佈圖、相關係數、最小平方法：要尋找兩量關係時，應先將兩量標準化，成為中心均在 0 點的「無因次量」後，再進行兩量關係的分析。

- $(\hat{x}_k, \hat{y}_k), k = 1, 2, \dots, n$  為標準化的數據，相關係數為使得  $e(r) = \sum_{k=1}^n (\hat{y}_k - r\hat{x}_k)^2$  為

最小的  $r$ ，即  $e(r) = \sum_{i=1}^n (\hat{y}_i^2 - 2\hat{x}_i\hat{y}_i r + \hat{x}_i^2 r^2) = r^2 - 2(\sum_{i=1}^n \hat{x}_i\hat{y}_i)r + 1$  的最小值發生在

$$r = \frac{\sum_{i=1}^n \hat{x}_i\hat{y}_i}{\sum_{i=1}^n \hat{x}_i^2}$$

- 迴歸直線  $\hat{y} = r\hat{x}$  為使得  $e(r)$  為最小的直線。
- 以實際數據和圖形操作最小平方法，其證明置於附錄。

## 數學 II 附錄

演算法雖是古老的課題，但在傳統的教學中並未加以重視。近五十年來計算機的發展，使得許多演算法可以透過計算機加以實視，因而凸顯了演算法的重要性。在本節中，只談兩個古典的演算法，即整數的輾轉相除法以及求多項式實根的二分逼近法。輾轉相除法是可不經因數分解而求二整數的最大公因數，特別是可以處理大數的問題。它是人類第一個遞迴的演算法，充份展現了除法化繁為簡的精神。在教材上，可於附錄中以電腦程式語言或演算法形式語言呈現輾轉相除法。在二分逼近法中，學生應該學會迭代的思考方法，並可透過計算器實現此想法，初步認識極限逼近的歷程。因考量時數限制，故將此演算法內容置於附錄。應鼓勵學生用簡單的程式語言撰寫演算法，並在計算機上實現。

### 1.演算法

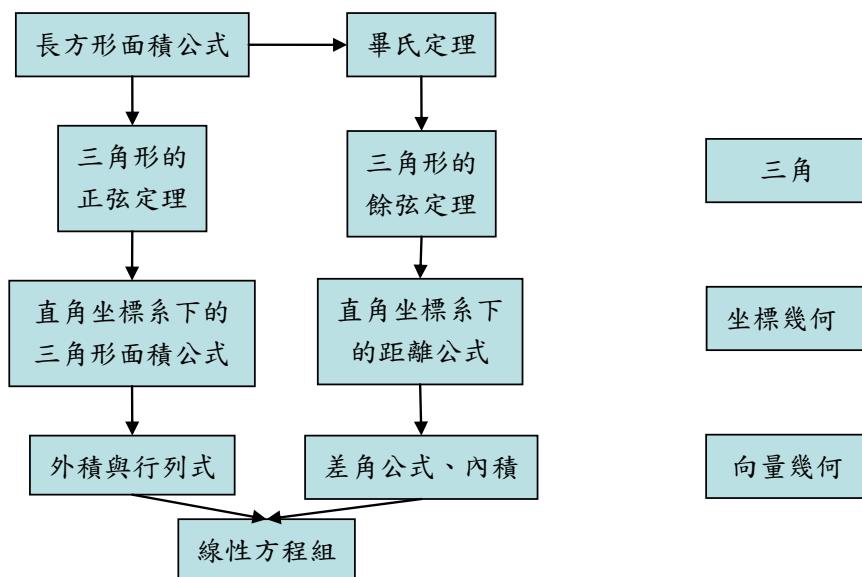
- 整數的輾轉相除法。
- 多項式求根的二分逼近法。

### 2.最小平方法的證明

## 數學 III：坐標與向量幾何

坐標幾何是透過直角坐標系的架設，將幾何問題代數化，以代數的形式運算解決幾何問題，同時也賦予一般線性方程組的幾何意涵。線性方程組具有廣泛的應用，因此坐標幾何是許多應用問題的基礎。本冊的架構是先談三角與三角測量，再來談垂直與平行概念下的直線及其應用。有了三角的基礎後，可以進入具角度概念的向量幾何。透過向量的運算（如線性組合、內積、外積），處理幾何中長度、角度、面積等問題，並應用到解線性方程組。本冊內容與物理運動學的學習相輔相成。

坐標與向量幾何的脈絡如下：



## 一、三角

本章探討一般三角形的邊角關係及其應用。角度的概念由直角三角形的邊角關係切入，再延伸到極坐標下的正、餘弦。極坐標是以觀測者為中心的自然坐標系，正、餘弦函數則是極坐標轉換到直角坐標下的媒介。在極坐標的範疇，廣義角度只需談 $\pm 360^\circ$ ，向徑  $r \geq 0$  的範圍即可；三角函數在超過  $360^\circ$  的週期意涵留待三角函數章節時再處理。另外回應物理科之需求，將弧度量融入廣義角的教學，並微調其後各節使學生適度地熟練弧度量的概念與操作。三角形的邊角關係先介紹銳角的正弦與餘弦，對廣義角三角函數的求值則透過參考角與補角關係來處理。學生應先透過特殊角的三角函數的求值，熟悉直角坐標與極坐標的變換。

三角形的邊角關係表現在正弦與餘弦定理，這是三角學的核心內容。在向量幾何課題當中，正弦定理發展成外積公式，餘弦定理發展成內積公式。一般來說，正、餘弦定理有兩種推導方法，一種是將三角形切割成兩個直角三角形，再透過直角三角形的面積公式及畢氏定理分別推得正弦、餘弦定理。另一種是用坐標幾何方式來處理，將三角形一個頂點置於原點，一邊置於 X 軸，然後再透過面積公式或距離公式來處理。事實上這兩種方法是等價的，但前者較為根本，後者則較易連結到差角公式與向量幾何。本課綱的設計是用前者處理銳角三角形的邊角關係，用後者處理鈍角三角形的邊角關係，以使學生能夠學到兩種處理方法。最後談一般三角形邊角關係的海龍公式，它是把正弦與餘弦定理結合起來的應用。

差角公式是計算兩線或兩向量交角的核心公式，其衍生公式如和角、倍角、半角公式，可用於三角函數的求值與三角測量。和差化積與積化和差的題材因涉及不同週期的三角函數的疊合，不需在高中時處理，故予刪除。

最後透過平面與立體的三角測量，讓學生學會三角的應用。三角測量應注意測量的策略與實用性，不宜出太困難的問題。

### 1.直角三角形的邊角關係

#### 1.1 直角三角形的邊角關係（正弦、餘弦）、平方關係、餘角關係

- 只談正弦、餘弦的定義，以及正弦、餘弦的平方與餘角關係。

## 2. 廣義角與極坐標

### 2.1 廣義角的正弦、餘弦、正切及平方關係與補角關係

- 引進參考角的概念，利用補角關係，將廣義角的三角函數求值化為銳角三角函數的求值。參考角 $\alpha$ 的定義為廣義角 $\theta$ 與X軸的銳夾角，如：

$\theta = \pm 150^\circ, \alpha = 30^\circ; \theta = \pm 225^\circ, \alpha = 45^\circ; \theta = \pm 300^\circ, \alpha = 60^\circ$ 。此處只需談正弦、餘弦和正切即可。

- 單位圓的坐標為 $(\cos \theta, \sin \theta)$ 。由單位圓的坐標，易推得正弦、餘弦的補角關係。

### 2.2 弧度，弧度量與度度量的互相轉換

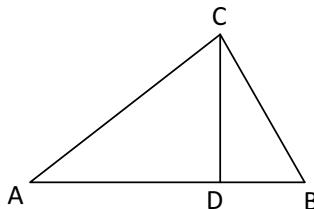
將弧度量融入廣義角的教學，並於其後各節中使用弧度，強化度與弧度的轉換練習。由引進弧度所延伸出的問題僅限於度度量與弧度量之轉換練習，不要延伸到弧長與扇形面積。

### 2.3 直角坐標與極坐標的變換

極坐標中 $r, \theta$ 的範圍為 $0 \leq r < \infty, 0 \leq \theta < 360^\circ$

## 3. 正弦定理、餘弦定理

- 將三角形切割成兩個直角三角形，再透過直角三角形的面積公式及畢氏定理推得正弦、餘弦定理的證明。



$$\begin{aligned}\overline{BC}^2 &= \overline{CD}^2 + \overline{BD}^2 = b^2 \sin^2 A + (c - b \cos A)^2 \\ &= b^2 + c^2 - 2bc \cos A\end{aligned}$$

- 用坐標幾何方式來處理一般三角形的正弦、餘弦定理，例如以下三個定理。
- 面積與正弦定理：將 $\triangle ABC$ 的A點置於原點，B置於 $(c, 0)$ ，則C點置於 $(b \cos A, b \sin A)$ ，由面積公式可得

$$\triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{2} c \cdot b \sin A$$

同理可得  $\triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{2} a \cdot c \sin B$

$$\triangle ABC \text{ 面積} = \frac{1}{2} a \cdot b \sin C.$$

- 長度與餘弦定理：將 $\triangle ABC$ 的A點置於原點，B置於 $(c, 0)$ ，則C點的坐標為 $(b \cos A, b \sin A)$ ，由距離公式得

$$a^2 = (b \cos A - c)^2 + (b \sin A)^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A.$$

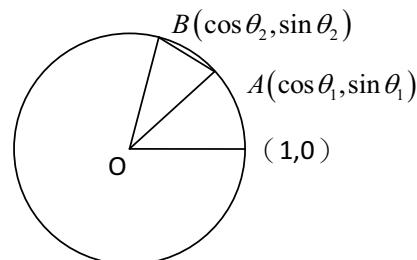
- 海龍公式。

### 4. 差角公式： $\cos(\theta_2 - \theta_1) = \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2$

#### 4.1 差角、和角、倍角、半角公式

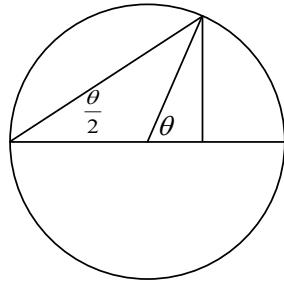
- 由餘弦定理的角度來看，差角公式較為根本且自然。由複數的極式來看，和角公式則較自然，此處的切入點為餘弦定理，故先介紹差角公式。

- 差角公式的證明：設A,B的坐標分別為



$(\cos \theta_1, \sin \theta_1), (\cos \theta_2, \sin \theta_2)$ ，應用餘弦定理於 $\triangle OAB$ ，可得  
 $\cos(\theta_2 - \theta_1) = \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sin \theta_1 \sin \theta_2$ 。

- 和角、倍角、半角公式：包括 $\cos(\theta_1 + \theta_2)$ 、 $\sin(\theta_1 + \theta_2)$ 、 $\tan(\theta_1 + \theta_2)$ 、 $\cos 2\theta$ 、 $\sin 2\theta$ 、 $\cos \frac{\theta}{2}$ 、 $\sin \frac{\theta}{2}$ 。



- 求 $\cos 15^\circ$ 的值。

### 5.三角測量

三角測量應注意測量的策略及其實用性。

#### 5.1 三角函數值表

在教學過程中可複習內插法。

#### 5.2 平面與立體測量

## 二、直線與圓

本章先探討在垂直與平行概念下的直線方程式及其應用。直線的型式主要談點斜式，其他型式如斜截式、兩點式等不需另立名稱，可在應用時推導。不要讓學生背太多公式，而是要讓他們多練習推演，在反覆推演的練習中，自然會熟悉斜截式與兩點式。在兩線關係中，先談平行與垂直關係，如過一點垂直或平行於另一給定直線的直線方程式。其次談兩聯立方程式的幾何意涵（相交、平行），以及一些幾何與物理的應用，如外心、反射、鏡射等問題。在線性規劃這一節裡，將直線與具體世界做連結，可使學生體認到數學的應用性與普遍性。過去教材中分點公式的相關題材不在此討論，留待平面向量時再一併處理。

本章第二部分探討圓與直線的關係，透過解二元一次與二元二次聯立方程式，判斷圓與直線的相割、相切或不相交等關係。

#### 1.直線方程式及其圖形

##### 1.1 點斜式

其他型式如兩點式不需特別提及公式，可在例題中推導。

##### 1.2 兩線關係（垂直、平行、相交）、聯立方程式

- 過直線外一點與該直線平行、垂直的直線方程式。

#### 2.線性規劃

##### 2.1 二元一次不等式

能夠在坐標平面上標示滿足二元一次不等式的區域。

##### 2.2 線性規劃（目標函數為一次式）

學生應了解平行直線系 $ax + by = k$ 。線性規劃中目標函數限為一次式。

#### 3.圓與直線的關係

##### 3.1 圓的方程式

##### 3.2 圓與直線的相切、相割、不相交的關係及其代數判定

代數判定是指圓與直線的聯立方程式有重根解（相切）、兩相異解（相割）、無實數解（不相交）。

### 三、平面向量

物理上用向量表現力與速度。向量是只有長度、方向意涵，而不管起始點的抽象符號。由幾何角度而言，用坐標幾何探討幾何性質時，應與所架設坐標系的原點所在何處無關，這正符合向量與起始點無關的概念。因此向量成為探討平面與空間幾何自然且精簡的語言。

向量概念與運算要將有向線段的意涵與位置向量的坐標意涵緊密結合。位置向量所形成的向量空間具有代數運算的結構，即線性組合、內積與外積。它就如同實數系般，是平面與空間至精至簡的表現，可將幾何問題代數化，也可將線性方程組的問題賦予幾何意涵，是學生未來學習線性代數、多變量微積分、向量分析和多變量統計分析的基礎。因此，位置向量的線性組合、內積與外積是向量幾何的重點。

平面向量的線性組合題材包括向量的合成與分解。向量的合成包括分點公式、直線的參數式、以及兩向量所張出的平行四邊形。平面上的任意向量可分解為兩特定不平行向量的線性組合。向量的分解應與二元一次聯立方程組相結合。

內積與外積是在直角坐標系下，兩單位向量夾角的餘弦與正弦的代數表現。在二維時，外積指的就是行列式。事實上，給定兩位置向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ ，經由餘弦定理計算其終點距離，可得  $|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta = a_1b_1 + a_2b_2$ ，經由正弦定理計算其所張平行四邊形面積，可得  $|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta = a_1b_2 - a_2b_1$ ，左端是具幾何表現的投影與高，右端展現代數的雙線性、對稱性與反對稱性。這兩個公式是向量幾何的核心公式。

內積的應用包括兩向量的直交化（將一向量分解成平行與垂直另一向量的兩個分量）、直線的法向量、點與直線的距離、直線與圓的關係（柯西不等式的應用）、兩直線的夾角和兩直線垂直的判定等。

行列式的應用包括面積的計算與兩直線平行的判定。二階行列式應與二元一次聯立方程組連結。二元一次聯立方程組  $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$  有兩個意涵，即兩直線

關係與線性組合  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$ 。其有解的判定為  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  所決定的行列式不等於 0，代表兩直線不平行，或兩行向量  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  不平行。其公式解為克拉瑪公式。

#### 1. 平面向量的表示法

##### 1.1 幾何表示、坐標表示，加減法、係數乘法

向量為有向線段的幾何表示法。

- 證明簡單平面幾何的性質，如三角形兩邊中點連線定理。
- 向量為位置向量的坐標表示法，包括橫式與直式。

##### 1.2 線性組合、平面上的直線參數式

向量的合成：分點公式、三角形的重心、內心。

- 直線的參數式與直線上的運動。

- 能在平面上標示出  $\left\{ x\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} + y\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1 \right\}$  的區域。

- 向量的分解，如將  $\begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix}$  分解為  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  與  $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$  的線性組合。

#### 2. 平面向量的內積

## 2.1 內積與餘弦定理的關聯、正射影與高、柯西不等式

- 內積與餘弦定理

給定  $\vec{a} = (a_1, a_2), \vec{b} = (b_1, b_2)$

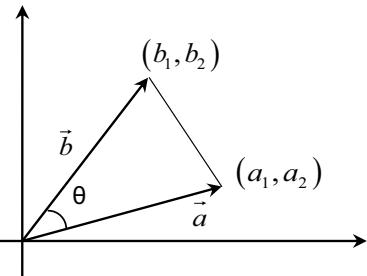
由餘弦定理得

$$(a_1 - b_1)^2 + (a_2 - b_2)^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$$

展開可得  $a_1b_1 + a_2b_2 = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$ ，此式右端反映

幾何的角度，左端則為簡單的代數運算。因此

將左端定義為  $\vec{a}, \vec{b}$  的內積，以符號  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  表示。亦即向量內積為餘弦定理在向量幾何下的代數表現。向量內積具有下列代數性質：



$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a} \quad (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c} \quad \vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2$$

- 平行四邊形相關定理的證明。

- 柯西不等式： $|ax + by|^2 \leq (a^2 + b^2)(x^2 + y^2)$ ，可處理圓與直線關係。

- 三角不等式： $|\vec{a} + \vec{b}| \leq |\vec{a}| + |\vec{b}|$

- 兩向量的直交化：將向量  $(4, 5)$  分解為與向量  $(1, 2)$  垂直與平行的兩個分量。

- 三角形的外心。

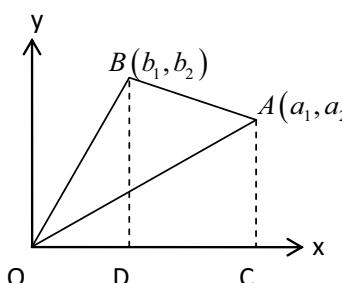
## 2.2 點到直線的距離、兩向量垂直的判定

## 3.面積與二階行列式

## 3.1 面積公式與二階行列式的定義與性質、兩向量平行的判定

- 三角形面積的行列式公式：面積公式可採下列兩種方法切入：

1. 三角形  $\triangle OAB$ ， $O(0,0)$ 、 $A(a_1, a_2)$ 、 $B(b_1, b_2)$



$$\begin{aligned}\Delta OAB \text{ 面積} &= \frac{1}{2} b_1 b_2 + \frac{1}{2} (a_2 + b_2)(a_1 - b_1) - \frac{1}{2} a_1 a_2 \\ &= \frac{1}{2} (a_1 b_2 - a_2 b_1)\end{aligned}$$

2. 由  $\vec{a}, \vec{b}$  向量所張開的三角形面積

$$\begin{aligned}\Delta OAB &= \frac{1}{2} |\vec{a}||\vec{b}| \sin\theta = \frac{1}{2} |\vec{a}||\vec{b}| \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \frac{1}{2} \sqrt{|\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2} \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{(a_1^2 + a_2^2)(b_1^2 + b_2^2) - (a_1 b_1 + a_2 b_2)^2} = \frac{1}{2} |a_1 b_2 - a_2 b_1|\end{aligned}$$

- 行列式的性質  $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} b_1 & a_1 \\ b_2 & a_2 \end{vmatrix}$ ， $\begin{vmatrix} a_1 + c_1 & b_1 \\ a_2 + c_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$ ，  

$$\begin{vmatrix} ca_1 & b_1 \\ ca_2 & b_2 \end{vmatrix} = c \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}.$$

## 3.2 兩直線幾何關係的代數判定、二階克拉瑪公式

- 考慮聯立方程組  $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ ，其幾何關係是指兩線相交、平行或重合，其線性組合關係是指  $\vec{c}$  可否表現為  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  的線性組合，其代數判定是指  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  所形成的行列式是否為 0。
- 二階克拉瑪公式。

## 數學 IV：線性代數

### 一、空間向量

首先介紹空間中的線、面及其相互關係，如垂直、平行與相交。此部分僅需作簡單的概念性介紹。其次介紹直角坐標系以及距離公式。距離公式是三維空間的畢氏定理，是空間幾何的基石。

空間向量的鋪陳與平面向量大致相同，包括線性組合、內積與外積，以及三元一次聯立方程組的應用。空間向量的線性組合，包括特殊點的定位。

空間中兩向量的內積是其夾角的餘弦在直角坐標系下的表現，具雙線性與交換性。內積的應用包括兩向量的直交化（正射影、高、柯西不等式）、平面的法向量、兩平面的夾角、點與面的距離、以及兩向量垂直的判定。

空間中兩向量的外積是其夾角的正弦以及公垂向量在直角坐標系下的代數表現，具雙線性與反對稱性。外積的主要應用包括，計算兩向量所張出的平行四邊形的面積、求兩向量所張出的平面方程式、以及求兩歪斜線的距離。

體積是空間幾何的另一主題。在介紹體積時，要先說明平行六面體的體積公式為底面積乘以高，再介紹三階行列式的體積公式。行列式要與三元一次聯立方程組的幾何意涵相結合，即行列式不等於 0 對應於三平面交於一點，或三行向量所形成的平行六面體體積不為 0。

#### 1. 空間概念

1.1 空間中兩直線、兩平面、及直線與平面的位置關係

#### 2. 空間向量的坐標表示法

2.1 空間坐標系：點坐標、距離公式

2.2 空間向量的加減法、係數乘法，線性組合

##### 分點公式

- 能在空間坐標中標示出  $\{(1,2,3) + t(0,1,-1) | 0 \leq t \leq 1\}$  的線段。

- 能在空間坐標中標示出  $\{s(1,2,3) + t(0,1,-1) | 0 \leq s \leq 1, 0 \leq t \leq 2\}$  的區域。

#### 3. 空間向量的內積

3.1 內積與餘弦定理、兩向量的直交化、柯西不等式

給定兩位置向量  $(a_1, a_2, a_3)$ 、 $(b_1, b_2, b_3)$ ，經由餘弦定理計算其終點距離得：

$a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = |\vec{a}||\vec{b}| \cos \theta$ ，由此定義  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  的內積為  $a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$ ，亦即向量內積為餘弦定理在向量幾何下的代數表現。

#### 4. 外積、體積與行列式

4.1 外積與正弦的關聯，兩向量所張出的平行四邊形面積

- 兩向量的公垂向量。

- 空間中兩向量所張出的平行四邊形面積

$$A^2 = |\bar{a}|^2 |\bar{b}|^2 - (\bar{a} \cdot \bar{b})^2 = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}^2.$$

◎4.2 三向量所張出的平行六面體體積

- 空間中平行六面體體積為底面積乘以高。
- $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$  三向量所形成平行六面體的體積為  $|\bar{a} \cdot (\bar{b} \times \bar{c})|$ 。

◎4.3 三階行列式的定義與性質

- 三階行列式與平行六面體的體積。
- 行列式的性質與降階法。
- 行列式的應用：三角形面積、三線共點、三階克拉瑪公式，但此部分不宜過度延伸。

• 不宜含特殊技巧的行列式題型，如： $\begin{vmatrix} a^2+1 & ba & ca \\ ab & b^2+1 & cb \\ ac & bc & c^2+1 \end{vmatrix}$ 、

$$\begin{vmatrix} b+c & a & a \\ b & a+c & b \\ c & c & a+b \end{vmatrix}.$$

## 二、空間中的平面與直線

### 1. 平面方程式

1.1 平面的法向量、兩平面的夾角、點到平面的距離

### 2. 空間直線方程式

#### 2.1 直線的參數式、直線與平面的關係

直線的參數式、點到直線的距離、兩平行線的距離、兩歪斜線的距離、直線與平面的關係

- 判別直線  $L: \frac{x-1}{2} = y+1 = \frac{z}{3}$  與平面  $E: 2x+y-z=3$  的關係。

◎2.2 點到直線的距離、兩平行線的距離、兩歪斜線的距離

### 3. 三元一次聯立方程組

#### 3.1 加減消去法、代入消去法

- 求插值多項式的係數。
- 求過三點的圓方程式。

◎3.2 三平面幾何關係的代數判定

- 考慮三元一次聯立方程組  $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$ ，探討其三平面關係的意涵

(三平面交於一點、三平面交於一線、三平面沒有共同交點等)、線性組合的意涵 ( $\bar{d}$  是否可表現成  $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$  的線性組合) 以及代數判定 ( $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$  所決定的行列式是否為 0)。

### 三、矩陣

矩陣是線性代數、離散數學、多變量微積分、多變量統計分析的基本工具，自然組與社會組的學生都需要。

矩陣的介紹可由一般線性方程組切入，介紹高斯消去法，並配合實用的例子。其次介紹一般矩陣的加法、純量乘法與乘法。矩陣的應用則介紹轉移矩陣與二階反方陣，此部分的學習應與線性組合相連結。最後介紹二階方陣的線性變換意涵。

#### 1. 線性方程組與矩陣

高斯消去法（含矩陣的列運算）。

#### 2. 矩陣的運算

##### 2.1 矩陣的加法、純量乘法、乘法

- 含方陣與行矩陣的乘法（不應談特徵方程式及 Caley-Hamilton 定理）。

#### 3. 矩陣的應用

##### 3.1 二階轉移矩陣、二階反方陣

- 二階轉移矩陣的應用實例。
- 二階反方陣須與解聯立方程組作連結。

##### ◎4. 平面上的線性變換與二階方陣

###### 4.1 伸縮、旋轉、鏡射、推移

###### 4.2 線性變換的面積比

行列式為線性變換面積比的意涵，此處面積指兩向量所張出的平行四邊形面積。

• 令  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ ， $A$  將  $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$  與  $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$  分別映射到  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  與  $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ 。

• 求將  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  與  $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  分別映射到  $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  與  $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$  的線性變換的矩陣。

### 四、二次曲線

平面解析幾何處理平面上的一般曲線，最簡單的曲線是二次曲線。在此章介紹橢圓、雙曲線、拋物線的標準式，以及相對應的焦點、對稱軸、漸近線和拋物線的準線。

從二次曲線的定義（介紹焦點、準線），推得以原點為中心的二次曲線的標準式，但不處理傾斜與退化型的二次曲線。此處目的是讓學生熟悉根式的操作與配方法，並能繪製二次曲線的圖形。此外，透過平移與伸縮，讓學生認識一般二次曲線都可以化簡成標準式。不談一般二次曲線與直線的關係（包括弦與切線），因此也不談焦弦，不探討圓錐曲線的光學性質。

### 1.拋物線

#### 1.1 拋物線的標準式

$$\text{拋物線} : \sqrt{x^2 + (y - c)^2} = |y + c|.$$

- 介紹拋物線的各要素：頂點、焦點、準線、對稱軸。

### 2.橢圓

#### 2.1 橢圓的標準式

$$\text{橢圓} : \sqrt{(x - c)^2 + y^2} + \sqrt{(x + c)^2 + y^2} = 2a.$$

- 介紹橢圓的各要素：頂點、中心、焦點、長軸、短軸。

- 圖形的平移：

透過  $\begin{cases} \bar{x} = x - h \\ \bar{y} = y - k \end{cases}$ ，了解  $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$  的圖形，是  $\frac{\bar{x}^2}{a^2} + \frac{\bar{y}^2}{b^2} = 1$  的圖形的平移。

- 圖形的伸縮：中心在原點的二次曲線的伸縮及所導出的二次曲線系

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = k$  的圖形的伸縮，也就是對標準式的伸縮。此處用到二次式的齊次性。透過  $\bar{x} = \frac{x}{t}, \bar{y} = \frac{y}{t}$ ，了解  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = t^2$  的圖形，是  $\frac{\bar{x}^2}{a^2} + \frac{\bar{y}^2}{b^2} = 1$  的圖形的伸縮。

- 能透過配方法將  $ax^2 + cy^2 + dx + ey + f = 0$  化成

$$a(x - h)^2 + c(y - k)^2 = ah^2 + ck^2 - f.$$

### 3.雙曲線

#### 3.1 雙曲線的標準式

$$\text{雙曲線} : \left| \sqrt{(x - c)^2 + y^2} - \sqrt{(x + c)^2 + y^2} \right| = 2a.$$

- 介紹雙曲線的各要素：頂點、中心、焦點、貫軸、共軛軸、漸近線。

- 介紹雙曲線的共軛雙曲線。

- 介紹雙曲線圖形的平移與伸縮。

## 普通高級中學選修科目「數學」課程綱要

中華民國 97 年 1 月 24 日臺中（一）字第 0970011604B 號令發布

中華民國 102 年 7 月 31 日臺教授國部字第 1020071891A 號令修正發布

### 壹、課程目標

選修數學提供學生適才適性的學習機會，針對不同學生的需要，選修課程共分四類：標準課程、基礎課程、統整課程和進階課程。各類課程的目標與對象如下：

#### 一、標準課程：

名稱	目標	建議對象
數學甲 I	提供將來要進入理、工、醫、農領域學生所需的數學基礎	自然組學生
數學甲 II		自然組學生
數學乙 I	提供將來要進入工商管理領域學生所需的數學基礎	社會組學生
數學乙 II		社會組學生

#### 二、基礎課程

名稱	目標	建議對象
基礎數學 I	補救數學基礎不足的部份	數學基礎不足者
基礎數學 II		數學基礎不足者

#### 三、統整課程

名稱	目標	建議對象
統整數學	進行不同章節的連結以深化學習	一般學生
數學演習	加強練習，從實作中掌握學習目標	一般學生

#### 四、進階課程

名稱	目標	建議對象
微積分 I	定位為大一微積分，這是順應世界潮流，提供學生提前修習大學課程的管道	學習超前學生
微積分 II		學習超前學生
選修代數	加深加廣代數學的學習	有興趣的學生
選修幾何	加深加廣幾何學的學習	有興趣的學生
數學軟體	學習以數學軟體解決問題	有興趣的學生
數學建模	學習建立數學模型解決問題	有興趣的學生

註 1：微積分 I 涵蓋數學甲 II 的內容，可取代數學甲 II 的選修。

註 2：微積分 I、II 可到大學選修。

### 貳、時間分配

#### 一、標準課程

名稱	學分數	建議年級
數學甲 I	4	三上
數學甲 II	4	三下
數學乙 I	3	三上
數學乙 II	3	三下

註：對學習超前的學生可提前修習數學甲 I，以接續選修微積分 I、II。

### 二、基礎課程

名稱	建議學分數	建議年級
基礎數學 I	1	一上
基礎數學 II	1	一下

### 三、統整課程

名稱	建議學分數	建議年級
統整數學	2~3	三年級任一學期
數學演習	1	各學期

### 四、進階課程

名稱	建議學分數	建議年級
微積分 I	3~4	三上
微積分 II	3~4	三下
選修代數	2	一、二年級任一學期
選修幾何	2	二、三年級任一學期
數學軟體	2	二、三年級任一學期
數學建模	2	二、三年級任一學期

### 參、教材綱要

本課綱僅規範標準課程的綱要。基礎課程、統整課程及進階課程的內容由各校自訂。但進階課程中的微積分 I、II 應等同於大學的微積分標準。

#### 數學甲 I、4 學分

主題	子題	內容	備註
一、機率統計	1.隨機的意義 2.二項分布 3.抽樣與統計推論	1.1 隨機的意義 1.2 期望值、變異數、標準差 2.1 獨立事件、重複試驗、二項分布、二項分布的性質 3.1 抽樣方法：簡單隨機抽樣 3.2 亂數表 3.3 常態分布、信賴區間與信心水準的解讀	3.1 不含系統抽樣、部落抽樣
二、三角函數	1.一般三角函數的性質與圖形 2.三角函數的應用 3.複數的幾何意涵	1.1 弧度、弧長及扇形面積公式 1.2 倒數關係、商數關係、平方關係 1.3 三角函數的定義域、值域、週期性質與圖形 2.1 波動：正餘弦函數的疊合 2.2 圓、橢圓的參數式 3.1 複數平面、絕對值、複數的極式、複數乘法的幾何意義 3.2 棟美弗定理，複數的 $n$ 次方根	1.1 弧度量改以複習的形式引入 2.1 不含不同週期的三角函數疊合

#### 數學甲 II、4 學分

主題	子題	內容	備註
一、極限與函數	1.數列及其極限	1.1 兩數列的比較 1.2 數列的極限及極限的性質 1.3 無窮等比級數、循環小數 1.4 夾擠定理	1.2 以圖形、電腦展示的範例建立學生對於極限的直觀 1.4 可用圖形或面積意涵說明夾擠定理
	2.函數的概念	2.1 函數的定義、圖形、四則運算與合成函數	
	3.函數的極限	3.1 函數的極限 3.2 連續函數、介值定理	
二、多項式函數的微積分	1.微分	1.1 導數與切線 1.2 微分的加、減、乘運算	
	2.函數性質的判定	2.1 遞增、遞減、凹凸性、函數極值的一階與二階檢定法 2.2 三次多項式的繪圖	
	3.積分的意義	3.1 定積分的意義 3.2 微積分基本定理 3.3 多項式函數的定積分與不定積分的計算	3.3 不涉及分部積分與變數變換法
	4.積分的應用	4.1 以求圓面積、球體體積、角錐體體積、解自由落體運動方程式為主	
附錄	牛頓求根法		

## 數學乙 I、3 學分

主題	子題	內容	備註
一、機率統計	1.隨機的意義	1.1 隨機的意義	
	2.期望值、變異數、標準差	2.1 期望值、變異數、標準差	
	3.獨立事件	3.1 獨立事件	
	4.二項分布	4.1 重複試驗、二項分布、二項分布的性質	
	5.抽樣與統計推論	5.1 抽樣方法：簡單隨機抽樣 5.2 亂數表 5.3 常態分布、信賴區間與信心水準的解讀	5.1 不含系統抽樣、部落抽樣
數角函三	1.弧度、弧長	1.1 弧度、弧長及扇形面積公式	1.1 弧度量改以複習的形式引入

主題	子題	內容	備註
	2.一般三角函數的性質與圖形	2.1 倒數關係、商數關係、平方關係 2.2 三角函數的定義域、值域、週期性質與圖形	

## 數學乙 II、3 學分

主題	子題	內容	備註
一、極限與函數	1.數列及其極限 2.無窮等比級數 3.函數的概念 4.函數的極限	1.1 兩數列的比較 1.2 數列的極限及極限的性質 2.1 無窮等比級數 2.2 循環小數 2.3 夾擠定理 3.1 函數的定義、圖形、四則運算與合成函數 4.1 函數的極限 4.2 連續函數、介值定理	1.2 以圖形、電腦展示的範例建立學生對於極限的直觀 2.3 可用圖形或面積意涵說明夾擠定理

**肆、實施要點****一、教材編寫**

(一) 應力求掌握本課綱設計的精神編寫教材，儘量配合課綱子題設計的先後來訂定章節，但在內容上則不必拘泥綱要內容編排的順序。為達成教材流暢性與完整性所新增的內容，可置於附錄。

(二) 在編寫要領上，應注意下列事項：

1.編寫教材時，應注意與國民中小學九年一貫課程的銜接。教材應具時代性、前瞻性及國際性。

2.教材應以精緻與完備的出版品呈現。

3.教材應注意到銜接、統整和連結。

4.教材的呈現應循序漸進，適當鋪陳，引發學習動機，注意學生學習心理，在直觀與嚴謹之間取得平衡，並兼顧從特例到一般推理的必要。

5.教材應有足夠多的範例與習題。範例應具有意義並反映數學思考，在範例之後應有隨堂練習，在課文之後應有啟發深思的習題。習題要扣緊主題，在深度上由淺入深，不宜與教材內容有太大落差。範例與習題的妥適性可由下列的指標來判斷：

(1) 是否為無意義的人工化難題？

(2) 所謂生活化的問題是否符合常理？

(3) 是否屬於大學程度的題材，雖可用高中所學的方法解決，但仍屬困難？

6.範例與習題應注意與生活、其他學科及下列九大議題的連結：「生命教育、

性別平等、法治教育、人權教育、環保教育、永續發展、多元文化、消費者保護教育、海洋教育」。

7.教師手冊要提供教師對教材進一步的認識，對課程深入的瞭解和最有效率的教法。教師手冊亦應提供相關的進階資訊，供教師參考。

8.專有名詞應採用教育部最新編訂公布的數學名詞。各專有名詞及外國人名應於索引中附原文。

(三) 審查注意事項：教科書的審查應掌握課程綱要的內容、備註及其說明所呈現的精神，並依據上述教材編寫注意事項進行。審查時，應遵照國立編譯館所頒布的審訂規範，並尊重出版自由的精神。

## 二、教學進度

各校可配合學生學習情況，彈性調整教學進度。針對放棄學習的學生，應予適當的輔導。針對學習較慢的學生，應有以下補救措施：可依學習不足狀況開設基礎數學選修課程；可彈性調整學習進度，只要在學測前學完數學必修課即可；學習方式可採螺旋式，不一定要按課綱的章節順序學習；可依實際狀況彈性調整評量方式。針對學習較快的學生，則可提供進階選修課程，以激發其學習熱忱。

## 三、教學設備與資訊

為建構抽象思維的實體圖像，數學學科中心應研發電腦輔助教學範例(例如：以電腦協助講授函數圖形、立體幾何、解方程式和統計課程)，並建立教學資訊平台，充分提供各項網路教學資訊予各校。

## 四、計算工具的使用

(一) 在學生已熟練計算原理的情況下，為避免太多繁複計算降低學習效率，應允許學生於學習及評量中適當地使用計算器。例如統計數據的計算可使用普通計算器，指數、對數函數及三角函數的求值則可使用科學計算器。

(二) 在學生熟練描點繪圖的情況下，可輔以電腦繪圖，加強其建立函數圖形的直觀。

## 五、教學評量

(一) 平時測驗的方式宜有彈性，要針對學生學習狀況設計適合其程度的評量方式。在評量時要給予充分的時間思考，並要求學生將過程寫下，以瞭解學生思考的步驟。測驗的題目應區分為基礎和進階兩類，依學生程度做適當的評量。

(二) 為導正學習文化，在實施全國性測驗評量時，應提供學生充分的思考時間，以避免學生為求快速解答而忽略數學思考的學習。同時題數不宜太少，以免為求鑑別度而將題目導引到難題化。程度上應從基礎題到進階題均勻分布。

相關評量單位應研究優良題型的評鑑指標，協助教學現場創造出優質的學習環境。

## 伍、附錄

數學甲 I、II 及數學乙 I、II 的說明與範例。

### 數學甲 I (選修)

數學甲 I 包括機率統計以及三角函數，這些課題是銜接大學的微積分與機率統計的題材。在學習新的題材時，同時可統整複習數學 II 的機率統計以及數學 III 的三角學，以強化學生的基礎。

#### 一、機率統計

生活中所接觸的變量 (variables) 常常具有隨機現象，比如甲乙兩人猜拳 n 次，甲贏乙的次數；投擲銅板 n 次，出現正面的次數；由電話簿隨機抽 n 個樣本，調查支持某一候選人的人數；股票的市場價值；台北市的房價；學測的成績；班上同學的身高體重；麥當勞一個月所賣出的漢堡個數等等。這些具有隨機性（不確定性）的變量就稱作隨機變量（也叫隨機變數）。它可能是離散型的（取值為離散的），也可能是連續型的。老師可在教學活動中請同學舉出隨機變數的例子，但隨機變數不需用機率空間上的函數來嚴格定義。隨機現象對自然組與社會組的學生同等重要。

對於機率與統計而言，重點在讓學生了解隨機的本質，並能學到估計的概念，而不只是學到數學的計算。各種概念產生的背後原因，如機率的性質，期望值、變異數及信賴區間等，更應闡釋清楚。

首先需對隨機變數進行數據資料的整理，也就是製作次數圖（X 軸為隨機變量的值，Y 軸為次數）。將次數除以總次數，所得的函數就稱為機率質量函數（離散型），或機率密度函數（連續型）。高中課程只處理離散型的隨機變數。

人們常想粗略知道某一隨機變數的值有多大，而期望值的角色，就是用單一數值來代表隨機現象中變量的大小。期望值就像是隨機變數的核心，隨機變數所有可能的值，都散佈在期望值的左右。變異數是用來度量隨機變數的隨機性，變異數愈小，愈多隨機變數的值會落在期望值附近。當變異數為 0 時，所有隨機變數的值都是確定的值（也就是期望值）。反之，變異數愈大，反應了隨機變數的隨機性（不確定性）愈大。某項測驗的成績的變異數大，表示該測驗比較能夠區隔學生能力的差異。變異數的正平方根稱為標準差，用來表示隨機變數的可能值偏離期望值的大小。

#### 1.隨機的意義

##### 1.1 隨機的意義

以生活上的實例說明，如：

- 班上同學的學測級分相對次數圖（X 軸為學測級分，Y 軸為該成績的相對次數）。
- 投銅板三次，正面出現的機率質量函數圖（X 軸為正面出現的次數 ( $X=0,1,2,3$ )，Y 軸為該次數出現的機率）。

##### 1.2 期望值、變異數、標準差

人們常想粗略知道某一隨機變數的值有多大，而期望值的角色，就是用單一數值來代表隨機現象中變量的大小。期望值就像是隨機變數的核心，隨機變數所有可能的值，都散佈在期望值的左右。變異數的正平方根稱為標準差，用來表示

隨機變數的可能值偏離期望值的大小。

## 2.二項分布

### 2.1 獨立事件、重複試驗、二項分布、二項分布的性質

說明此分布的由來，並且強調處處可見。給出其機率質量函數，並以二項式定理驗證確為機率質量函數。

- 擲銅板出現正面、反面的機率各為  $1/2$ ，投  $n$  次出現  $k$  次正面的機率為  $C_k^n \left(\frac{1}{2}\right)^n$ 。
- 繪出二項分布的圖形，求期望值  $np$ 、變異數  $np(1-p)$  及標準差。

## 3.抽樣與統計推論

### 3.1 抽樣方法：簡單隨機抽樣

說明經常需要收集資料，以便對隨機現象做推論或預測。說明何時要普查，何時要抽樣調查，並介紹隨機抽樣法。

### 3.2 亂數表

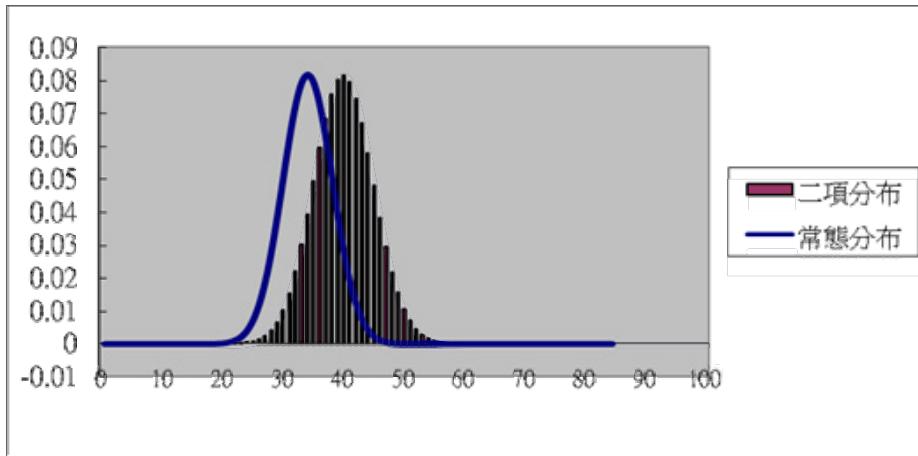
介紹亂數表的使用，並說明何時可使用。

### 3.3 常態分布、信賴區間與信心水準的解讀

高中程度的統計推論只做隨機變數期望值的估計，它的背後理論是中央極限定理。要介紹中央極限定理，就需要引入常態分布。此部分僅做通識性的介紹，以活動方式建立學生對於中央極限定理的直觀。

對一固定的信心水準，給出信賴區間公式，再讓學生以亂數表模擬或實驗投擲正面出現機率為  $p$  的銅板  $n$  次，代入信賴區間公式，以說明信心水準的意涵；並以此解讀，何以大多數的學生所得的信賴區間都會涵蓋  $p$ ？

- 二項分布  $C_k^n (p)^k (1-p)^{n-k}$ ,  $p = 0.4, n = 100$ 。
- 常態分布  $\frac{1}{\sqrt{2\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ ,  $\mu = np, \sigma = \sqrt{np(1-p)}$ ,  $e = 2.718\dots$ , 常態分布可介紹它的表示法。



## 二、三角函數

在三角函數裡首先介紹弧度的觀念，並以圓心在原點的圓介紹廣義角的三角函數及其週期性質。討論它們的倒數關係、商數關係和平方關係，但三角恆等式不宜過度操作。

複數的幾何意涵是以三角函數呈現，內容包括複數的極式與棣美弗定理。為了處理 1 的 n 次方根問題，要複習正、餘弦函數的和角公式。

三角函數的應用包括波動現象的刻劃，如：正、餘弦函數的疊合，以及圓、橢圓及其應用。

### 1.一般三角函數的性質與圖形

#### 1.1 弧度、弧長及扇形面積公式

複習弧度、發展弧長及扇形面積公式。

#### 1.2 倒數關係、商數關係、平方關係

#### 1.3 三角函數的定義域、值域、週期性質與圖形

包括六種三角函數。

由  $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ ，以及倒數關係及商數關係推導出  $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$ 。

### 2.三角函數及其應用

這裡主要談的是三角函數的應用及相關的三角方程式與恆等式。

#### 2.1 波動

• 認識  $A \sin(\omega \cdot t + \theta_0)$ ， $A$  為振幅、 $\omega \cdot t + \theta_0$  為相角的物理意涵。

• 正、餘弦函數的疊合：透過和角公式，同週期正、餘弦函數的和，如：

$$a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t) = A (\sin(\omega t + \theta))$$

• 不談不同週期的正、餘弦函數的疊合。因此也不談和差化積與積化和差的公式。

#### 2.2 圓、橢圓的參數式

### 3.複數的幾何意涵

#### 3.1 複數平面、絕對值、複數的極式、複數乘法的幾何意義

#### 3.2 棣美弗定理，複數的 n 次方根

•  $(\cos \alpha + i \sin \alpha)(\cos \beta + i \sin \beta) = \cos(\alpha + \beta) + i \sin(\alpha + \beta)$ 。

• 複數的 n 次方根僅談根的求法，以及複數的等比級數，如： $1 + \omega + \omega^2 + \dots + \omega^{n-1}$ ，

不宜做牽涉到根的變形的級數問題，如： $\frac{1}{1-\omega} + \frac{1}{1-\omega^2} + \dots + \frac{1}{1-\omega^n}$ 。

## 數學甲 II（選修）

數學甲 II 的目標是對函數、多項式函數及定量幾何作一統整學習，並為未來微積分的學習做準備。

### 一、極限與函數

本章的用意是要對函數作一統整的學習並延伸到函數的操作，特別是合成函數的操作，合成函數應與平移與伸縮作連結。夾擠定理應透過幾何圖形建立直觀，並利用不等式做上下界的估計，不等式型式的數學歸納法亦在此學習。

#### 1.數列及其極限

##### 1.1 兩數列的比較

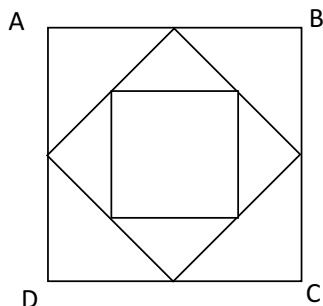
• 不等式型式的數學歸納法。

##### 1.2 數列的極限及極限的性質

以圖形、電腦展示的範例讓學生認識極限的概念。

### 1.3 無窮等比級數、循環小數

- 證明循環小數是有理數。
- 無窮等比級數的應用範例：如下圖，ABCD 為邊長等於 1 的正方形，連接 ABCD 各邊中點可得一個內接正方形，如此繼續作下去，會得到無限多個正方形，求這些正方形的面積總和。



### 1.4 夾擠定理

可用圖形或面積來建立夾擠定理的直觀，例如：

- 圓面積可用內接與外切  $n$  邊形的面積夾擠而得。

### 2.函數的概念

#### 2.1 函數的定義、四則運算、合成函數

- 合成函數學習的重點在將重要函數寫成簡單函數的合成，或是將函數標準化。例如利用平移將  $y = (x - h)^3$  化成標準式  $y = x^3$ ，透過學習  $y = x^3$  的函數性質，了解  $y = (x - h)^3$  的函數性質。

函數的例子及繪圖：這裡的繪圖是指圖形的描點，是要建立學生對於圖形的直觀。

- 絕對值函數  $y = |x|$ 、簡單有理函數  $y = \frac{c}{x^n}$ ,  $n=1,2$ ，以及這些函數的平移。
- 根式函數與隱函數，如： $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$ 、 $x^2 + y^2 = 1$ 。

### 3.函數的極限

#### 3.1 函數的極限

#### 3.2 連續函數、介值定理

## 二、多項式函數的微積分

透過介紹微積分的基本概念，對多項式函數的性質作統整學習。包括三次多項式函數的繪圖，以及推導一些幾何形體的面積、體積的公式。至於牛頓求根法則置於附錄。

### 1.微分

#### 1.1 導數與切線

#### 1.2 微分的加減運算

### 2.函數性質的判定

#### 2.1 上升、下降、凹凸性、函數極值的一階、二階檢定法

#### 2.2 三次多項式的繪圖

- 透過函數的特徵（極值點、反曲點、上升、下降、凹凸性）來繪圖。

### 3. 積分的意義

#### 3.1 定積分的意義

- 介紹上、下和及其極限。用  $\sum_{k=1}^n k$ ,  $\sum_{k=1}^n k^2$  的求和公式計算  $\int_a^b x dx$ ,  $\int_a^b x^2 dx$ 。

#### 3.2 微積分基本定理

- 由高度函數對底的積分來定義面積函數，並說明面積函數對底的微分為高度。

- 由速度函數對時間的積分來定義距離函數，並說明距離函數對時間的微分為速度。

#### 3.3 多項式函數的定積分與不定積分的計算：不涉及分部積分與變數變換法

#### 4. 積分的應用

##### 4.1 以求圓面積、球體體積、角錐體體積和解自由落體運動方程式為主

- 圓面積：假設已知圓周長公式，以積分方法求圓面積： $\int_0^R 2\pi r dr = \pi R^2$ 。

- 球體體積：假設已知圓面積公式，以切割 X 軸方式的積分方法求球體體積：

$$\int_{-R}^R \pi (\sqrt{R^2 - x^2})^2 dx = \frac{4}{3} \pi R^3.$$

- 角錐體體積：假設已知底面積 A，以切割 Z 軸方式的積分方法求角錐體體積：

$$\text{在每一個截面的面積 } H^2 : z^2 = A : A(z), \int_0^H \frac{Az^2}{H^2} dz = \frac{1}{3} AH.$$

- 自由落體運動方程式：已知初始位置  $z_0$  與初始速度  $v_0$ ，求時間 t 時的速度：

$$v(t) = v_0 - gt; \text{ 時間 } t \text{ 時的位置} : z_0 + \int_0^t v(t) dt = z_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2.$$

#### 數學甲 II 附錄：牛頓求根法

- $\sqrt[n]{a}$ ,  $a^n$  的牛頓求根法。

## 數學乙 I (選修)

數學乙 I 包括機率統計以及三角函數，這些課題是銜接大學的微積分與機率統計的題材。在學習新的題材時，同時可統整複習數學 II 的機率統計以及數學 III 的三角學，以強化學生的基礎。

### 一、機率統計

生活中所接觸的變量 (variables) 常常具有隨機現象，比如甲乙兩人猜拳 n 次，甲贏乙的次數；投擲銅板 n 次，出現正面的次數；由電話簿隨機抽 n 個樣本，調查支持某一候選人的人數；股票的市場價值；台北市的房價；學測的成績；班上同學的身高體重；麥當勞一個月所賣出的漢堡個數等等。這些具有隨機性（不確定性）的變量就稱作隨機變量（也叫隨機變數）。它可能是離散型的（取值為離散的），也可能是連續型的。老師可在教學活動中請同學舉出隨機變數的例子，但隨機變數不需用機率空間上的函數來嚴格定義。隨機現象對自然組與社會組的學生同等重要。

對於機率與統計而言，重點在讓學生了解隨機的本質，並能學到估計的概念，而不只是學到數學的計算。各種概念產生的背後原因，如：機率的性質，期望值、變異數及信賴區間等，更應闡釋清楚。

首先需對隨機變數進行數據資料的整理，也就是製作次數圖 (X 軸為隨機變量的值，Y 軸為次數)。將次數除以總次數，所得的函數就稱為機率質量函數（離

散型），或機率密度函數（連續型）。高中課程只處理離散型的隨機變數。

人們常想粗略知道某一隨機變數的值有多大，而期望值的角色，就是用單一數值來代表隨機現象中變量的大小。期望值就像是隨機變數的核心，隨機變數所有可能的值，都散佈在期望值的左右。變異數是用來度量隨機變數的隨機性，變異數愈小，愈多隨機變數的值會落在期望值附近。當變異數為 0 時，所有隨機變數的值都是確定的值（也就是期望值）。反之，變異數愈大，反應了隨機變數的隨機性（不確定性）愈大。某項測驗的成績的變異數大，表示該測驗比較能夠區隔學生能力的差異。變異數的正平方根稱為標準差，用來表示隨機變數的可能值偏離期望值的大小。

### 1.隨機的意義

#### 1.1 隨機的意義

以生活上的實例說明，如：

- 班上同學的學測級分相對次數圖（X 軸為學測級分，Y 軸為該成績的相對次數）。
- 投銅板三次，正面出現的機率質量函數圖（X 軸為正面出現的次數（X=0,1,2,3），Y 軸為該次數出現的機率）。

### 2.期望值、變異數、標準差

人們常想粗略知道某一隨機變數的值有多大，而期望值的角色，就是用單一數值來代表隨機現象中變量的大小。期望值就像是隨機變數的核心，隨機變數所有可能的值，都散佈在期望值的左右。變異數的正平方根稱為標準差，用來表示隨機變數的可能值偏離期望值的大小。

### 3.獨立事件

#### 4.二項分布

##### 4.1 重複試驗、二項分布、二項分布的性質

說明此分布的由來，並且強調處處可見。給出其機率質量函數，並以二項式定理驗證確為機率質量函數。

- 擲銅板出現正面、反面的機率各為  $1/2$ ，投  $n$  次出現  $k$  次正面的機率為

$$C_k^n \left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

- 繪出二項分布的圖形，求期望值  $np$ ；變異數  $np(1-p)$  及標準差的計算可置於教科書的附錄。

### 5.抽樣與統計推論

#### 5.1 抽樣方法：簡單隨機抽樣

說明經常需要收集資料，以便對隨機現象做推論或預測。說明何時要普查，何時要抽樣調查，並介紹隨機抽樣法。

#### 5.2 亂數表

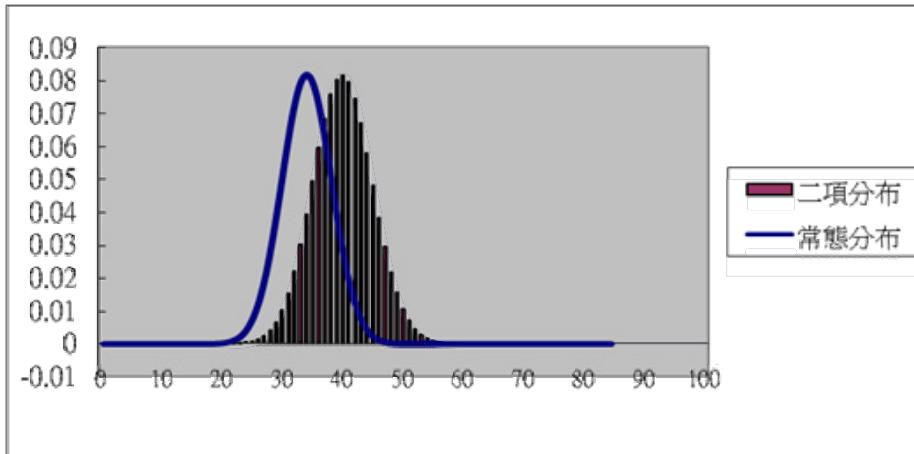
介紹亂數表的使用，並說明何時可使用。

#### 5.3 常態分布、信賴區間與信心水準的解讀

高中程度的統計推論只做隨機變數期望值的估計，它的背後理論是中央極限定理。要介紹中央極限定理，就需要引入常態分布。此部分僅做通識性的介紹，以活動方式建立學生對於中央極限定理的直觀。

對一固定的信心水準，給出信賴區間公式，再讓學生以亂數表模擬或實驗投擲正面出現機率為  $p$  的銅板  $n$  次，代入信賴區間公式，以說明信心水準的意涵；並以此解讀，何以大多數的學生所得的信賴區間都會涵蓋  $p$ ？

- 二項分布  $C_k^n (p)^k (1-p)^{n-k}$ ,  $p = 0.4, n = 100$  。
- 常態分布  $\frac{1}{\sqrt{2\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ ,  $\mu = np, \sigma = \sqrt{np(1-p)}$ ,  $e = 2.718\dots$ , 常態分布可介紹它的表示法。



## 二、三角函數

在三角函數裡首先介紹弧度的觀念，並以圓心在原點的圓介紹廣義角的三角函數及其週期性質。討論它們的倒數關係、商數關係、平方關係，但三角恆等式不宜過度操作。

### 1.弧度、弧長

#### 1.1 弧度、弧長及扇形面積公式

複習弧度、發展弧長及扇形面積公式。

### 2.一般三角函數的性質與圖形

#### 2.1 倒數關係、商數關係、平方關係

#### 2.2 三角函數的定義域、值域、週期性質與圖形

包括六種三角函數。

- 由  $\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ ，以及倒數關係及商數關係推導出  $1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$  。

## 數學乙 II (選修)

數學乙 II 的目標是對函數作一統整學習。

## 一、極限與函數

本章的用意是要對函數作一統整的學習並延伸到函數的操作，特別是合成函數的操作，合成函數應與平移與伸縮作連結。夾擠定理應透過幾何圖形建立直觀，並利用不等式做上下界的估計，不等式型式的數學歸納法亦在此學習。

### 1.數列及其極限

#### 1.1 兩數列的比較

- 不等式型式的數學歸納法

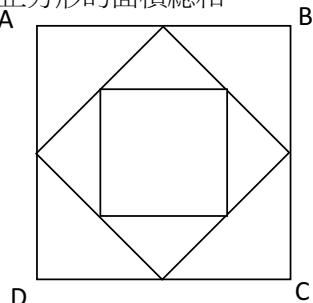
#### 1.2 數列的極限及極限的性質

以圖形、電腦展示的範例讓學生認識極限的概念。

### 2.無窮等比級數

#### 2.1 無窮等比級數

- 無窮等比級數的應用範例：如下圖，ABCD 為邊長等於 1 的正方形，連接 ABCD 各邊中點可得一個內接正方形，如此繼續作下去，會得到無限多個正方形，求這些正方形的面積總和。



## 2.2 循環小數

- 證明循環小數是有理數。

## 2.3 夾擠定理

可用圖形或面積來建立夾擠定理的直觀，例如：

- 圓面積可用內接與外切正  $n$  邊形的面積夾擠而得。

## 3.函數的概念

### 3.1 函數的定義、四則運算、合成函數

- 合成函數學習的重點在將重要函數寫成簡單函數的合成，或是將函數標準化。

例如：利用平移將  $y = (x - h)^3$  化成  $y = x^3$  的標準式，透過學習  $y = x^3$  的函數性質，了解  $y = (x - h)^3$  的函數性質。

函數的例子及繪圖：這裡的繪圖是指圖形的描點，是要建立學生對於圖形的直觀。

- 絕對值函數  $y = |x|$ 、簡單有理函數  $y = \frac{c}{x^n}$ ,  $n=1,2$ ，以及這些函數的平移。

- 根式函數與隱函數，如： $y = \sqrt{x}$ ,  $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$  、 $x^2 + y^2 = 1$  。

## 4.函數的極限

### 4.1 函數的極限

### 4.2 連續函數、介值定理

## 普通高級中學必修科目「基礎物理」課程綱要

中華民國 97 年 1 月 24 日臺中（一）字第 0970011604B 號令發布  
中華民國 102 年 7 月 31 日臺教授國部字第 1020071891A 號令修正發布

### 壹、課程目標

普通高級中學必修科目「基礎物理」課程欲達成之目標如下：

- 一、銜接國民中小學九年一貫課程自然及生活科技學習領域教材，進一步介紹物理學的基本知識，使學生認識一般物理現象的因果關係和其間所遵行的規律。
- 二、介紹物理學的基本精神及物理學的範圍，引起學生對大自然的好奇，激發學生追求事物原理的興趣，同時使學生體認物質科學的發展對人類生活和環境的影響與其重要性，啟發學生在科學創造及應用上的潛在能力。
- 三、藉由師生互動與實驗活動，養成學生良好的科學態度，使其熟悉科學方法，提升學生縝密思考、探索真理及解決問題的能力。
- 四、基礎物理二 A 是以高一基礎物理教材為本，介紹力學的基本知識，使學生藉由力學得以認識物理學的基本精神與架構。  
基礎物理二 B 是以高一基礎物理教材為本，深入探索力學，使學生藉由力學得以理解物理學的基本精神及架構，培養學生定量分析能力，奠定學生研習高三選修物理的基礎。

### 貳、核心能力

基礎物理課程所培養的學生核心能力如下：

- 一、定性及定量的分析能力。
- 二、以歸納及演繹的方法來界定並解決問題的能力。
- 三、安排及執行實驗的能力。

### 參、時間分配

- 一、基礎物理一課程於高一實施，為二學分之課程，可彈性安排於第一學期或第二學期實施，每週授課二節為原則。
- 二、基礎物理二 A 課程於高二實施，為二學分之課程，可彈性安排於第一學期或第二學期實施，每週授課二節為原則。
- 三、基礎物理二 B 課程於高二實施，為四至六學分之課程，以安排一學年，每學期二至三學分，每週授課二至三節為原則。
- 四、上述課程，學生依興趣與專長之需要，至少修習二學分。

## 肆、教材綱要

高級中學基礎物理一				
主題	主要內容	說明	備註	參考節數
一、緒論	1.物理學簡介	1-1 簡介物理學探討的方向及其涵蓋的範疇。 1-2 簡要陳述物理學的演進。	• 避免單純以條列的方式來呈現物理史。可以藉由某幾位關鍵人物的貢獻來說明物理是實驗與理論相輔相成的學問，及其與人類文明發展的關係。	1.5
	2.物理量的單位	2-1 介紹國際單位系統。		

高級中學基礎物理一				
主題	主要內容	說明	備註	參考節數
二、物質的組成	1.生活中常見的物質，無論是氣態、液態或是固態都是由微小的原子所組成的。	1-1 說明原子的大小。 1-2 從原子觀點解釋固態、液態及氣態之間的差異。 1-3 說明我們現在已經有技術可以直接觀察到原分子與分子的理解加深、以及技術的進步，使得奈米科技有很大的發展空間。	• 不在這個階段介紹太專業的名詞，如「掃描電子顯微鏡」、「場發射顯微鏡」等；祇要說明我們目前有適當的技術便可。	
	2.原子與原子核的組成	2-1 說明原子內部有帶正電的原子核，原子核外有電子環繞。 2-2 說明原子核的大小。 2-3 說明原子核內有質子與中子，質子帶正電，中子不帶電。簡單說明質子、中子是由夸克所組成的。	• 不須說明夸克的種類及所帶電荷。本節的主要目的僅在於讓學生認識「夸克」這個「常識性」名詞。 • 可以說明至目前為止，我們還未在實驗上發現比電子及夸克更為基本的東西。	2.5

主題	主要內容	說明	備註	參考節數
三、物體的運動	1.物體運動的軌跡	1-1 說明位置、位移、速度、加速度的意義。	• 可以用一維運動為例，介紹必要的（速度、加速度）公式與計算。主要是將國中階段已經學過的基本概念做複習，以便加深印象。	4
	2.牛頓運動定律	2-1 說明質量代表物體運動慣性之大小、慣性定律對物體運動狀態的影響、以及運動方程式（ $F=ma$ ）的意義。	• 不涉及軌跡數學式。僅以敘述方式說明我們可以由運動方程式求得物體運動軌跡。	
		2-2 說明日常生活中常見的摩擦力及彈簧力的性質。	• 一方面複習國中所學，一方面以這些熟悉的力為例，說明力會改變物體運動狀態。例如：如果沒有摩擦力，一個等速前進的物體將以等速度持續前進。 • 配合示範實驗一：摩擦力的觀察。	
	3.克卜勒行星運動定律	3-1 簡單介紹克卜勒三大定律發現的歷史背景及內容。	• 此處介紹克卜勒行星運動定律的目的是以此為例，讓學生知道物體軌跡的確遵循已知的明確規律，而這些明確的規律對於常人來說可能是極不明顯的事。如果不是克卜勒的緣故，我們可能還要摸索不知多久的時間才能知道這些規律。 • 可說明克卜勒定律是克卜勒累積前人觀測資料之歸納性結果。	

主題	主要內容	說明	備註	參考節數
四、物質間的基本交互作用	1.重力	1-1 說明帶質量的物體之間有萬有引力，以及此力大小與物體間距離的平方成反比。  1-2 說明可以從牛頓運動方程式及平方反比重力解釋克卜勒行星運動定律。	• 可寫出萬有引力平方反比公式。  • 不推導任何數學式。 • 可略加說明由牛頓運動方程式與平方反比重力解釋克卜勒定律是演繹式之推導，及前節克卜勒之歸納式為研究科學之兩種重要方式。	
	2.電力與磁力	2-1 說明帶電荷的物體之間有靜電力。原子內帶負電的電子與帶正電的原子核之間有相吸的庫侖靜電力，因此電子及原子核才會組合成原子。電子與電子之間則有相互排斥的靜電力。  2-2 說明磁鐵間有磁力、簡介磁力線與磁場的概念。	• 將國中階段已經學過的基本概念做複習，以便加深印象。  • 可寫出靜電力平方反比公式。  • 將國中階段已經學過的基本概念做複習，以便加深印象。	
	3.強力與弱力	3-1 說明質子與質子、質子與中子、中子與中子之間有「強力」，因此能束縛在一起形成原子核。但是其作用力範圍很短，祇限制在原子核大小的尺度內，因此我們在日常生活中感覺不到它的作用。  3-2 說明單獨的中子並不穩定，會自動衰變成質子及其他粒子，某些原子核也會有類似的衰變。我們無法以重力、電力、磁力或強力來解釋中子的衰變現象，因此我們得知自然界中還有另外一種交互作用，我們稱它為「弱交互作用（或弱力）」。由於弱交互作用存在，中子才會衰變。弱力作用的範圍比強力作用的範圍更短。	• 此處強力與弱力的概念均僅做定性介紹。  • 可強調強力可以克服質子及質子間的相斥靜電力。  • 在介紹完弱力後，可以做個總整理，說明自然界的基本作用力可分為重力、電力與磁力、強力、弱力。物質間一切的交互影響都是由這幾種基本交互作用所綜合而成的。  • 說明我們日常生活中所經驗到的各種力量，例如：摩擦力、各種「接觸力」（用手推桌子、地板把桌子撐住）、彈性力、氣體分子碰撞容器壁產生的壓力來源等等，若從原子的觀點來看，其來源其實都是電力與磁力的作用。	3

主題	主要內容	說明	備註	參考節數
五 、 電 與 磁 的 統 一	1.電流的磁效應	1-1 介紹電流的概念，並說明電流會產生磁場。介紹安培右手定則。	<ul style="list-style-type: none"><li>• 祇做定性的介紹，不推導任何數學公式。</li><li>• 配合示範實驗二：載流導線的磁效應。</li></ul>	3
	2.電磁感應	2-1 介紹法拉第感應定律。由電磁感應來說明電與磁是不可分割的現象，因此我們把電力以及磁力統稱為電磁力。說明麥克士威方程式讓我們能以定量的方式描述電磁律全部整理在一起，因此現象。人們稱這些方程式為麥克士威方程式。	<ul style="list-style-type: none"><li>• 祇做定性的介紹，不推導任何數學公式。</li><li>• 不需要具體說明方程式的形。簡單指出，麥克士威方程式讓我們能以定量的方式描述電磁現象。</li><li>• 配合示範實驗三：電磁感應。</li></ul>	

主題	主要內容	說明	備註	參考節數
六 、 波	1.波的性質	1-1 說明波速、頻率、波長的關係（數學式）。	• 將國中階段已經學過的基本概念做複習，以便加深印象。	6
		1-2 以簡單的例子（如：水波、聲波）及圖示的方式說明波的反射、折射、干涉與繞射現象。	• 祇做定性的介紹，不推導任何數學公式；不提折射定律的數學形式。以圖示方式介紹干涉現象。	
		1-3 利用聲波介紹都卜勒效應。	• 祇做定性的介紹	
	2.光與電磁波	2-1 介紹歷史上關於光的兩個主要理論：微粒說、波動說。	• 祇做定性的介紹，不推導任何數學公式。	
		2-2 介紹光的反射及折射現象。	• 不推導任何數學公式。	
		2-3 介紹光的干涉及繞射現象。	• 介紹楊氏雙狹縫干涉實驗。 • 配合示範實驗四：楊氏雙狹縫干涉。	
		2-4 說明由於有電磁感應現象，電磁場可以在空間中傳播，從而形成所謂的電磁波。介紹馬克士威從他的方程式預測了電磁波的存在，而且計算出電磁波的速率即為光速。科學家因此認知光即是電磁波。介紹電磁波譜及其在日常生活中的應用。	• 簡單指出，我們可以利用馬克士威方程式來計算出電磁波在真空中傳播的速率。僅須簡要說明電場、磁場之交互感應及傳播。 • 可強調電磁波乃前節馬克士威方程式之重要推論。	

主題	主要內容	說明	備註	參考節數
七、能量	1.能量的形式	1-1 簡介力學能、熱能、光能、電能、化學能等各種形式的能。 1-2 介紹克氏溫標（絕對溫標）。說明溫度越高代表物體中原子的平均動能越大。	• 有關各種能量及能量間轉換避免做定量推導及計算。	4
	2.能量間的轉換與能量守恆	2-1 舉例說明各種能量間的轉換，以及能量守恆的觀念。介紹質量及能量可以相互轉換的概念。介紹 $E = MC^2$ 的公式。		
	3.核能	3-1 簡述原子核的分裂及核能發電並介紹輻射安全。 3-2 簡述原子核的融合及核能。	• 可提及太陽能來自核融合。	
	4.能量的有效利用與節約	4-1 簡介能源的有效利用及再生，並舉例說明日常生活中如何節約能源。		

主題	主要內容	說明	備註	參考節數
八、量子現象	1.光子與電子以及所有微觀粒子都具有波粒二象性	1-1 簡介光電效應，說明光具有粒子性。引入 $E = h\nu$ 公式。	• 定性說明如果我們將頻率夠高的光照射到某些金屬上，便可以將電子打離金屬表面。光電子的產生祇和入射光的頻率有關而和光的強度無關。 • 說明光是由一顆顆的光量子所組成的，每顆光量子的能量和光的頻率成正比。	4
		1-2 舉例說明光電效應在日常生活中之應用。		
	2.原子光譜	2-1 說明原子外圍的電子只能具有特定的能量，稱之為能階。	• 定性介紹物理學家在 1961 年才成功完成的電子的雙狹縫干涉實驗。此一實驗的概念與光學中的楊氏干涉實驗完全相同，可明確地呈現電子的波動性。	
		2-2 說明電子可以經由吸收或發射特定能量（頻率）之光子由一個能階躍遷到另一個能階，從而引入原子光譜之概念。	可簡單指出能階的存在及電子的波動性有密切關聯。 不涉及任何數學推導。	
		2-3 說明不同的原子有不同的光譜；經由測量一個物體發出的原子光譜，我們可以推論出它的組成成分。		

主題	主要內容	說明	備註	參考節數
九、宇宙學簡介	1.宇宙結構的認識及哈伯定律	1-1 認識宇宙中各種結構 (如：太陽系、星系、星系團等)。	• 僅做常識性介紹。	2
		1-2 由測量遠方星體之光譜與已知元素光譜之對比(紅移現象)，我們得到哈伯定律。天文學家因此推論星系間之距離與時俱增。我們生活在一個正在膨脹的宇宙中。	• 說明可以用都卜勒效應來約略詮釋哈伯定律及膨脹宇宙的關係。	
	2.宇宙起源	2-1 簡介宇宙演化的歷史。	• 僅做常識性介紹。 • 可簡介霹靂說及宇宙微波背景輻射。	
總時數				32
附錄一、現代科技	1.現代科技簡介	1-1 簡介雷射、半導體、超導體及其應用。	• 僅做常識性介紹。 • 簡介台灣相關產業。	

高中基礎物理一示範實驗活動			
項目	示範實驗名稱	配合主題	參考節數
一	摩擦力的觀察	主題三：「物體的運動」中日常生活中的力。	0.5
二	載流導線的磁效應	主題五：「電與磁的統一」中電流的磁效應。	0.5
三	電磁感應	主題五：「電與磁的統一」中的法拉第電磁感應。	0.5
四	楊氏雙狹縫干涉	主題六：「波」中的光的干涉。	0.5

高級中學基礎物理二 A				
主題	主要內容	說明	備註	參考 節數
一、運動學	1.直線運動	1-1 以質點在一直線上的位置變化，描述運動並說明位移及路徑長。 1-2 介紹速度及速率。 1-3 介紹加速度。 1-4 討論一維空間的等加速運動，並說明自由落體運動。	• 本節僅討論質點的直線運動。 • 不涉及微分運算符號。	6
二、牛頓運動定律	1.慣性與牛頓第一運動定律	1-1 介紹慣性的概念並說明力是運動狀態發生變化的原因。簡單介紹靜力平衡及力的向量性質。	• 靜力平衡及力的向量性質部分不做計算。 • 計算限於直線運動。	7
	2.牛頓第二運動定律	2-1 說明力與加速度之間的關係。		
	3.牛頓第三運動定律	3-1 說明作用力及反作用力的關係。		
	4.摩擦力	4-1 說明靜摩擦力及動摩擦力。	• 不提摩擦係數。	
三、動量與牛頓運動定律的應用	1.動量	1-1 定義動量，並說明其與作用力之間的關係。	• 只討論質點的一維運動。	6
	2.動量守恆	2-1 簡單介紹動量守恆及牛頓第三運動定律的關係。		
	3.等速率圓周運動	3-1 簡單說明等速率圓周運動，並引入角速度、切線速度、向心加速度及向心力等概念。		
四、萬有引力	1.萬有引力定律	1-1 說明萬有引力定律的數學形式。		3
	2.地球表面的重力與重力加速度	2-1 由物體在地球表面所受重力得出地球表面的重力加速度。		
	3.行星與人造衛星	3-1 應用牛頓運動定律及萬有引力定律解釋行星與人造衛星的運動。		

高級中學基礎物理二 A				
主題	主要內容	說明	備註	參考 節數
五、功與能量	1.功	1-1 以力與位移的乘積定義功。	• 祇討論一維運動。    • 說明力學能守恆之相關實例。	8
	2.動能與功能定理	2-1 定義動能，並說明外力作功之總和等於物體動能之變化量。		
	3.位能	3-1 說明位能的定義。 3-2 說明地表附近的重力位能。		
	4.力學能守恆	4-1 簡介力學能守恆定律。		
六、碰撞	1.碰撞	1-1 以二質點之間的碰撞簡單說明碰撞前後的動量及動能變化。	• 不提約化質量。 • 不提恢復係數。 • 不討論內能。	2
總時數				32

高級中學基礎物理二 B				
主題	主要內容	說明	備註	參考 節數
一、靜力學	1.移動平衡	1-1 說明力的測量。 1-2 說明力的向量性質與力的合成分解。 1-3 說明移動平衡的條件。	• 配合實驗二：靜力平衡。	8+2
	2.力矩及轉動平衡	2-1 說明力矩的定義及轉動平衡的條件。		
	3.靜力平衡	3-1 說明靜力平衡的條件。		
	4.重心與質心	4-1 說明重心與質心的定義。		
	5.靜力學應用實例	5-1 以力圖及日常生活實例（如：槓桿、滑輪等）說明靜力平衡的應用。		
二、運動學	1.直線運動	1-1 以質點在一直線上的位置變化，描述運動並說明位移及路徑長。 1-2 介紹速度與速率。	• 本節僅討論質點的直線運動。	8+2

主題	主要內容	說明	備註	參考 節數
		1-3 介紹加速度。 1-4 詳細討論一維空間的等加速運動，並說明自由落體運動。 1-5 說明直線上的相對運動。	• 配合實驗三：自由落體及物體在斜面上的運動。	
	2.平面運動	2-1 利用平面向量之概念將位移、速度及加速度推廣至二維空間的運動。 2-2 以拋體運動為例，說明二維的等加速度運動。	• 避免述及二維空間及三維空間的相對運動。	
三、牛頓運動定律	1.慣性與牛頓第一運動定律	1-1 介紹慣性的概念並說明力是運動狀態發生變化的原因。	• 不提可變質量系統。	8+2
	2.牛頓第二運動定律	2-1 說明力與加速度之間的關係。	• 配合實驗四：牛頓第二運動定律實驗。	
	3.牛頓第三運動定律	3-1 說明作用力與反作用力的關係。		
	4.摩擦力	4-1 說明靜摩擦力和動摩擦力，及其與正向力之間的關係。		
四、動量與牛頓運動定律的應用	1.動量與衝量	1-1 定義動量與衝量，並說明其與作用力之間的關係。		12
	2.動量守恆	2-1 介紹質點系統的動量守恆定律。		
	3.質心運動	3-1 說明質心的速度、加速度。		
	4.等速率圓周運動	4-1 簡單說明等速率圓周運動，並引入角速度、切線速度、向心加速度及向心力等概念。		
	5.角動量	5-1 定義單一質點的角動量並說明其與作用力矩之間的關係。	• 可類比角動量與力矩的關係，及動量與力的關係。 • 不提轉動慣量。	
	6.簡諧運動	6-1 以彈簧振動及單擺運動為例說明簡諧運動為一周期性運動、並解釋位置和時間的關係。	• 祇討論水平彈簧的運動，不討論鉛直彈簧的運動。	

主題	主要內容	說明	備註	參考 節數	
	7.物理量的因次	7-1 介紹物理量的因次及因次分析法。			
五、萬有引力定律	1.萬有引力定律	1-1 說明萬有引力定律的數學形式。	• 不提橢圓軌道，不提地球內部的重力。	4	
	2.地球表面的重力與重力加速度	2-1 由物體在地球表面所受重力得出地球表面的重力加速度。			
	3.行星與人造衛星	3-1 應用牛頓運動定律與萬有引力定律解釋行星及人造衛星的運動。			
六、功與能量	1.功與功率	1-1 以力與位移的純量積定義功，並介紹平均功率及瞬時功率。	• 本節所需的數學觀念：向量之純量積。	12	
	2.動能與功能定理	2-1 定義動能，並證明外力作功之總和等於物體動能之變化量。			
	3.位能	3-1 說明位能的定義 3-2 說明重力位能及彈簧位能。	• 介紹重力位能及彈簧位能的形式，不詳細推導。 • 不討論鉛直彈簧的重力位能加彈簧位能。		
	4.力學能守恆	4-1 簡介力學能守恆定律，並舉力學能守恆的實例。			
七、碰撞	1.彈性碰撞	1-1 以二質點之間的碰撞說明彈性碰撞前後的動量及動能守恆。	• 不提約化質量。	4	
	2.非彈性碰撞	2-1 說明一般物體的碰撞為非彈性碰撞，碰撞前後僅動量守恆。	• 不提恢復係數。 • 二維碰撞祇說明不計算。 • 不討論內能。		
總時數				56+8 (實驗)	

高中基礎物理二 B 實驗活動				
項目	實驗名稱	內容	配合主題	參考 節數
一	測量與誤差	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 利用游標尺測量物體的長度。</li> <li>• 記錄測量的長度，求其平均值，含「誤差處理」。</li> <li>• 說明有效數字的意義及應用。</li> <li>• 報告格式、表格設計、數據處理。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 獨立單元實驗。</li> </ul>	2
二	靜力平衡	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 利用力桌做共點力的平衡測量。</li> <li>• 利用力桌做非共點力的平衡測量。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 主題一：「靜力 學」中的 1.移動平衡和 2.力矩及轉動平衡。</li> </ul>	2
三	自由落體與物體在斜面上的運動	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 利用計時器測量自由落體的速度及加速度。</li> <li>• 利用力學滑車、計時器記錄滑車由斜面滑下之位移、速度、加速度，以瞭解等加速度直線運動。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 主題二：「運動學」中的 1.直線運動。</li> </ul>	2
四	牛頓第二運動定律	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 利用滑車與軌道、計時器，將質量固定，改變作用力以測加速度，求出加速度及作用力的關係。</li> <li>• 固定作用力，改變質量以測加速度，求出加速度及質量的關係。</li> <li>• 綜合實驗結果得出牛頓第二運動定律。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 主題三：「牛頓運動定律」中的 2.牛頓第二運動定律。</li> </ul>	2

## 五、實施要點

### 一、教材編選

- (一) 編寫教材時，應注意與國民中小學九年一貫課程的銜接，並注意教材內容應具時代性及前瞻性。
- (二) 高級中學基礎物理教材之編選，應依照本教材綱要之規範，銜接國民中小學九年一貫課程自然及生活科技學習領域教材和高一基礎物理教材之內容，配合學生之數學能力，妥善編排組織成適合學生認知能力和激發學生學習興趣的教材。教材編輯時，可自訂篇、章、節等順次和標題名稱，但必須涵蓋教材綱要中各主要內容。
- (三) 物理學之教材內容應理論和應用並重，以使學生能活學活用科學知識。
- (四) 教材之編寫，原則上，各單元應以示範實驗或學生的舊經驗引領，以引起學生學習的動機，經由歸納或演繹的過程，導出科學知識。教材的敘述應著眼於闡明知識的形成過程，以培養學生發現和解決問題的能力。
- (五) 教材之組織應兼顧與高中數學科、化學科、地球科學科和生物科等相關學科之間的相互配合。
- (六) 教材份量應與教學節數相配合，以一學年或一學期一冊為原則。內容應力求上下連貫，前後呼應，重要概念宜分層次，由淺而深，由具體而抽象，在不同單元中重覆呈現，使學生能充分理解並習得完整的概念。
- (七) 教材中的專有名詞和人名翻譯，應以教育部公布之物理學名詞為準，遇有未規定者，則參照目前國內科學刊物及習慣用語，妥為譯註，惟各冊必須一致，且與高中其它相關學科相配合。課本中初次出現的專有名詞或外國人名，在同一頁中應附原文，人名並應附國名及生歿年，書後加印中英名詞對照表及索引。
- (八) 教科書各單元教材之後，應編列習題，由學生自行解答，以收練習之效。可酌量列出簡單電腦計算數值之相關習題做為延伸之參考習題。
- (九) 教科書應隨同編有教師手冊，供教師參考。教師手冊之內容除了明列教學單元目標、教學時間之外，應提供教學必要的參考資料、習題解答和實驗活動的詳盡說明；必要時，得提供教學媒體之製作資料或成品。
- (十) 各單元教材之設計，應兼顧認知、情意和技能等方面的教學目標。在認知方面，包括觀察、研判、推論、預測、提出計畫、提出假設、評估等心智活動能力的培養及科學概念的習得等；在情意方面，包括實事求是的工作態度培養，細心耐心的工作精神陶冶等；在技能方面，包括實驗操作技能及各種實際執行活動能力的練習等。
- (十一) 文字敘述，力求流暢易讀，淺顯易懂，版面應做美工專業設計，多附精美的圖說和彩色照片，以吸引學生喜愛閱讀，激發其讀書之興趣。
- (十二) 物理學於課文之外，如有實驗活動，須另編有實驗活動手冊。手冊中應明列實驗目的、實驗儀器、實驗步驟、結果和討論，並設計一些相關問題供學生思考作答。
- (十三) 每一冊在各章節間或在書後，應酌列與教材有關的補充資料，例如科學家的傳記、最新科技進展等；尤其是基礎物理一教材綱要中的第二主題「物質的組成」、第四主題「物質間的基本交互作用」、第八主題「量子現象」與第九主題「宇宙學簡介」等，因增添了以往教材綱要所沒有的新內容，教科書可適當增列延伸閱讀資料（例如國內外相關專業網站或書籍、文章），供老師及學生參考。

## 二、教學方法

- (一) 教師在教學前應參考教師手冊，編寫教案。教案之設計，應以普通程度學生為對象，但亦應顧及個別差異，對於學習較快或較慢之學生，應實施「充實教學」或「補救教學」。
- (二) 教師在每一新單元教學時，應以學生日常生活之體驗，及既有之知識或經驗為基礎，多舉實例以引起學生學習的動機，進而引導學生發現問題，推理分析，歸納或演繹，以迄問題之解決，達成習得新知識或新概念的教學目標。在實驗活動中，應儘量讓學生親手操作，以熟練實驗技巧，並提供學生自我發揮之創造空間，教師從旁協助，善加引導。
- (三) 教師教學時，不應單以知識的傳授為重點，尤應注意教導學生在科學方法的應用和科學態度的培養。科學方法包括觀察、分類、測量、傳達、數字的運用、時空關係的運用、預測、推理、解釋資料、控制變因、建立假設、設計實驗等項。科學態度則指互助合作，尊重他人意見，忠於數據，實事求是等項。
- (四) 教師教學時，應積極鼓勵學生質疑發問、共同討論，以營造生動有趣的教學氣氛。討論時，可採小組活動方式，以促進同學間合作及互助的學習。教師宜多運用各式教學媒體和資訊設備以加強課堂教學之成效。
- (五) 教師教學時，應著重科學概念的融會貫通和運用，切忌灌輸零碎、片斷的知識。
- (六) 教師教學時，應本因材施教，有教無類的精神，運用教學的藝術和輔導的技巧，充分掌握每一學生的學習動態，激發其潛能，不放棄任何一位學生。
- (七) 教學完畢後，教師應做自我評量及學生學習成就評量，逐步修訂教案，使教學計畫更趨完善，教學得以相長。
- (八) 實驗活動之教學應以連課方式進行。

## 三、教具及有關教學設備

- (一) 學校應依教育部頒布之「普通高級中學設備基準」，設置物理實驗室及器材準備室，並得配置管理人員。實驗活動所需之器材應獲得充分之供應。
- (二) 實驗室及實驗活動場所應注意通風、安全措施和環境污染防治。實驗所損耗的器材，應儘速修護或補充。
- (三) 除設備基準中所規定之視聽教學媒體外，各校宜鼓勵教師自製教具，或由教學研究會集體創製，並推廣之，以分享教學經驗。
- (四) 學校應供應每位教師教師手冊，並宜多訂購參考書籍、科學期刊和雜誌供師生借閱，以做為教學研究或學習之參考。

## 四、各科教材或單元間的聯繫與配合

與本科關係最密切的學科為數學、化學、地球科學和生物，任課教師應熟悉相關學科之內容，並透過教學研究會方式，集合各相關科目任課教師，共同研討配合方案，以求科際間縱向及橫向之間的聯繫。

## 五、教學評量

- (一) 為瞭解學生之學習狀況和成就，教師應適時進行「形成性評量」和「總結性評量」，以評估學生學習成就和診斷教學得失，並加以補救及調整，俾達成預期的教學目標。
- (二) 評量方式除紙筆測驗外，並應考評學生所做習題和學習報告，以及課堂討論和實驗活動的表現，綜合評估學生的學習成就和能力。
- (三) 評量之內容，應以教學目標和學習行為目標為導向。在認知方面，按記憶、理解、應用、分析、綜合、評鑑等不同層次，設計評量試題，題型宜生動活潑，並求難易適中；在情意方面，著重科學精神和科學態度的表現；在技能方面，則考查實驗操作的技巧和設計的能力。
- (四) 平時考查之項目可以閱讀報告、專題研究、自製模型、自行設計實驗等方式行之。在報告和研究方面，應著重組織能力、資料查尋能力、討論及做結論能力。在實驗方面，則著重在思考能力及創造能力。

## 普通高級中學必修科目「基礎化學」課程綱要

中華民國 97 年 1 月 24 日臺中（一）字第 0970011604B 號令發布

中華民國 102 年 7 月 31 日臺教授國部字第 1020071891A 號令修正發布

### 壹、課程目標

- 一、本課綱延續九年一貫課程的精神，掌握普通高中的教育目標，以中小學一貫課程體系參考指引為依據，兼顧人文、社會與自然領域學生的科學學習目標。
- 二、教材內容著重在基礎的化學原理及應用與實驗活動學習，認識並瞭解物質的組成、結構、性質及其中的能量變化，並藉認識科學發展史學習科學知識的產生及發展。
- 三、教材應能加強科學基本素養，培養化學興趣，認識科學方法，增進個人解決問題、自我學習、推理思考、表達溝通之能力，俾養成為具有科學素養的國民。

### 貳、核心能力

- 一、化學是基礎科學的核心學科，最重要的是建立科學思考的基本方法與態度。對論證、思辨、理解、批判、解析、創新、發現及解決問題等智能之培養，應為學習之核心。
- 二、化學與物理學同為物質科學的兩大柱石，包含理論、現象與應用面向的學習。學科能力應注重概念的理解與應用，數據圖表的轉化與解讀，並能就生活中與科學相關的事件或現象尋求證據導向及理性判斷的思考與觀點。

### 參、時間分配

高中基礎化學屬於必修課程，基礎化學（一）為一學期兩學分，基礎化學（二）、（三）為兩學期課程，每學期至少二學分，基礎化學內含化學實驗。學生可選擇性修習，以滿足規定之自然領域的必修學分。上述課程，學生依興趣與專長之需要，至少修習二學分。

### 肆、教材綱要

本教材綱要分主題、主題內容、應修內容、說明、備註、參考節數等六部分，以為教材編撰之綱要。

高級中學基礎化學（一）					
主題	主 項 內 容	應 修 內 容	說 明	備 註	參 考 節 數
物質基本組成	一、物質的組成	1.物質的分類	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 純物質與混合物</li> <li>● 元素與化合物</li> <li>● 物質的分離與純化</li> </ul>	✓ 能階概念指原子中電子能量不連續，不涉及軌域概念。	7
		2.原子與分子	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 定比定律及倍比定律</li> <li>● 道耳頓原子說</li> <li>● 分子的概念</li> </ul>		
		3.原子量與分子量	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 原子質量單位、原子量、分子量</li> <li>● 莫耳與亞佛加厥數、莫耳質量</li> </ul>		
		4.溶液	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 溶液的組成、溶解度</li> <li>● 濃度的概念、重量百分濃度、體積莫耳濃度、百萬分點濃度</li> </ul>		
物質基本構造	二、原子構造與元素週期表	1.原子結構	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 拉塞福原子模型、原子與原子核的相對大小</li> <li>● 原子核的組成與原子序</li> </ul>	✓ 僅以軌道模型說明主殼層能階，不涉及量子數、副殼層及軌域概念。	7
		2.原子中電子的排列	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 能階的概念</li> <li>● 原子序 1~18 元素之原子的電子排列、價殼層及價電子</li> </ul>		
		3.元素性質的規律性	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 原子的價電子與元素性質規律性的關係</li> </ul>		
		4.元素週期表	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 元素週期表</li> <li>● 元素的分類</li> </ul>		

高級中學基礎化學（一）					
主題	主 項 內 容	應 修 內 容	說 明	備 註	參 考 節 數
物質變化	三、化學反應	1.化學式	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 化學式的意義</li> <li>● 實驗式、分子式、示性式、結構式、分子模型</li> </ul>	<p>✓ 大幅提升分子模型圖影像顯示。</p> <p>✓ 計算應規範在最基本的質量及能量守恆之認識。</p>	7
		2.化學反應式與平衡	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 化學反應表示法</li> <li>● 觀察法與代數法平衡化學反應式</li> </ul>		
		3.化學計量	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 化學反應中質量的關係</li> <li>● 限量試劑的概念</li> </ul>		
		4.化學反應中的能量變化	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 放熱反應與吸熱反應、化學反應熱</li> <li>● 熱化學反應式</li> <li>● 赫斯定律及能量守恆</li> </ul>		
化學能源	四、化學與能源	1.化石燃料	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 煤、石油、天然氣</li> <li>● 石油分餾及其主要產物</li> <li>● 煙的燃燒與汽油辛烷值</li> </ul>		7
		2.電池	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 化學電池原理</li> <li>● 常見的電池：乾電池、鉛蓄電池、鋰電池、燃料電池</li> </ul>		
		3.能源	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 化學能的轉換</li> <li>● 常用能源</li> </ul>		

高級中學基礎化學（二）					
主題	主 雖 內 容	應 修 內 容	說 明	備 註	參 考 節 數
物質變化	一、常見的化學反應	1.結合反應與分解反應	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 結合反應、沉澱反應</li> <li>● 分解反應</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ 介紹常見的化學反應型態，尤其可融入空氣、水溶液、土壤等主題的反應實例。</li> <li>✓ 結合與分解反應只是粗略的反應型態分類，例如氧化汞的生成與分解的實驗</li> <li>✓ 氧化還原反應例舉僅包括與氧結合及電子轉移的型態，不涉及氧化數的計算。</li> </ul>	8
		2.電解質與水的解離	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 電解質與非電解質</li> <li>● 水的解離與 pH 值</li> </ul>		
		3.酸鹼反應	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 阿瑞尼斯酸鹼定義</li> <li>● 強酸與強鹼的中和反應</li> <li>● 酸鹼指示劑</li> </ul>		
		4.氧化還原反應	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 氧化還原反應</li> <li>● 常見的氧化劑與還原劑及其應用</li> </ul>		
物質構造	二、物質的構造與特性	1.八隅體與路易斯結構	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 八隅體規則</li> <li>● 以電子點表示分子結構</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>✓ 不涉及位能圖說明共價鍵的形成。</li> <li>✓ 離子晶體單元不涉及晶格形狀及晶格能，亦不涉及晶格結構。</li> <li>✓ 金屬固體單元不涉及晶格堆積。</li> </ul>	8
		2.離子鍵與離子晶體	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 以八隅體規則說明離子鍵的形成</li> <li>● 畦子晶體的特性</li> </ul>		
		3.共價鍵與分子化合物	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 以八隅體規則說明共價鍵的形成</li> <li>● 分子化合物的特性</li> </ul>		
		4.網狀固體	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 網狀固體的特性</li> </ul>		
		5.金屬固體	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 金屬固體的特性及電子海模型</li> </ul>		

高級中學基礎化學（二）					
主題	主 雖 內 容	應 修 內 容	說 明	備 註	參 考 節 數
含 碳 元 素 的 物 質	三、有機化合物	1.烷、烯、炔與環烷	● 烷、烯、炔、環烷與其結構	✓ 不超過六個碳，環烷取代基以甲基為限且不超過兩個。 ✓ 複雜的化合物無需強調細節構造。	10
		2.異構物	● 結構異構物 ● 幾何異構物	✓ 中文命名依據國家教育研究院「化學命名原則」。	
		3.有機化合物的命名	● 中文系統命名法	✓ 內容宜深入淺出，與生活常識連結。介紹基本物性、組成或以最簡單的化合物為範例，使用模型或 3D 立體結構作為建立圖像之輔助工具，增加視覺學習，提升空間分子模型概念，以認識分子結構。	
		4.芳香族化合物	● 苯、甲苯、萘	✓ 不涉及製備與反應，生物物質不涉及結構細節與功能。	
		5.官能基與常見的有機化合物	● 醇、醚、醛、酮、酸、酯、胺與醯胺的官能基 ● 常見有機化合物的基本性質與用途		
		6.生物體中的有機物質：醣類、蛋白質、脂肪、核苷酸	● 單醣、雙醣、多醣 ● 肽基酸及其結構、蛋白質 ● 脂肪酸、三酸甘油酯 ● 核苷酸的構造及核酸		
化 學 應 用	四、化學與化工	1.生活中的化學	● 簡介化學、化工與日常生活的關係	✓ 內容概念與實例應著重簡明扼要。	2
		2.化學與永續發展	● 簡介化學、化工對環境永續發展的重要	✓ 可融入空氣、水溶液、土壤等日常生活相關的主題。	
		3.化學與先進科技	● 簡介化學、化工對先進科技發展的重要		

高級中學基礎化學（三）					
主題	主 雖 內 容	應 修 內 容	說 明	備 註	參 考 節 數
物質狀態	一、氣體	1.氣體性質	● 大氣、氣體的通性 ● 氣體粒子的運動與溫度	✓ 不涉及氣體動力論。	8
		2.氣體的定律	● 波以耳定律、查理定律、亞佛加厥定律 ● 絶對溫度		
		3.理想氣體	● 理想氣體、理想氣體方程式及其應用		
		4.分壓	● 莫耳分率、道耳頓分壓定律		
物質變化	二、化學反應速率	1.反應速率定律	● 反應速率、反應速率定律式、反應速率常數 ● 一級、二級反應 ● 半生期的意義與應用		10
		2.碰撞學說	● 化學反應的碰撞理論 ● 活化能、活化複合體 ● 反應能量圖		
		3.影響反應速率的因素	● 濃度、壓力、接觸面積、溫度對反應速率的影響 ● 催化反應與催化劑		
		三、化學平衡	1.化學平衡		
		2.平衡常數	● 平衡定律式、平衡常數 ● 反應商與反應進行的方向		10
		3.影響平衡的因素	● 溫度、濃度、壓力對平衡的影響—勒沙特列原理		
		4.溶解平衡	● 溶度積 ● 同離子效應		

高中基礎化學實驗				
	實驗名稱 (建議節數)	說 明	技 能	試 藥
基礎化學 (一)	1.物質的分離 (一節)	●學習基本分離技術：如傾析、過濾、濾紙層析、集氣法、蒸餾(集氣及蒸餾可採現場或影片示範)條件與技能	傾析、過濾、濾紙層析、集氣法、蒸餾(集氣及蒸餾可採現場或影片示範)	
	2.硝酸鉀的溶解與結晶(一~二節)	●測量硝酸鉀之溶解度與溫度的關係 ●固態物質的結晶	溶解度的測定、圖形與數據、結晶	硝酸鉀
	3.化學反應熱 (一節)	●測量強酸、強鹼中和反應的反應熱(不考慮系統熱容量概念) ●硝酸鉀溶於水的熱量變化	反應熱的測量	氫氧化鈉溶液、鹽酸、硝酸鉀固體(反應容器可用保麗龍杯)
	4.化學電池(一節)	●簡易化學電池組	三用電表的使用	硫酸鋅、硫酸銅、硫酸鎳、硝酸銀(選用)、鋅片、銅片、鎳片、碳棒、硝酸鉀(鹽橋)
	5.示範實驗：常見化學反應的型態(一節)	●利用 pH 值及控制酸鹼度與指示劑，使至少七個杯子顯出不同的顏色 ●硝酸鉛與碘化鉀的反應	觀察、提問、討論、論述、報告、資料檢索	鹽酸、氫氧化鈉、酚酞、溴瑞香草藍、酚紅、硝酸鉛、碘化鉀
	6.示範實驗：分子在三度空間的模型(一節)	以電腦軟體或模型製作簡單分子的三度空間模型(以簡單的化合物為範例，使用模型或 3D 立體結構作為建立圖像之輔助工具以認識分子結構)。可參考的分子： ●二氧化碳、水、氨、甲烷、乙烷、乙烯、乙炔、順或反式丁烯二酸、苯、甲醇、乙醚、丙酮、甲醛、乙酸及基本生物物質等	觀察、提問、討論、論述、報告、資料檢索	
基礎化學 (二)				

高中基礎化學實驗				
	實驗名稱 (建議節數)	說 明	技 能	試 藥
基礎化學 (二)	7.有機物質的一般物性(一節)	●葡萄糖、碘、硫酸銅在一般有機溶劑中的溶解度 ●一般有機溶劑的互溶性 ●有機化合物的揮發性及氣味	滴管的使用、溶液配製	葡萄糖、碘(微量)、硫酸銅、甲苯、乙醇、乙醚、丙酮、己烷、乙酸、乙酸乙酯(上述溶劑可選擇使用)、紅色石蕊試紙
	8.界面活性劑的效應(一節)	●界面活性劑幫助油溶性染劑溶入水中 ●鎂離子可破壞脂肪酸界面活性劑的效應	溶解、萃取	油溶性染劑、十二烷基礦酸鈉(選用)、C <sub>12</sub> ~C <sub>16</sub> 脂肪酸鈉(肥皂)、可溶性鈣或鎂鹽
基礎化學 (三)	9.秒錶反應(一節)	●碘酸鉀與亞硫酸氫鈉的反應速率	秒錶的使用、化學反應速率的測量	碘酸鉀溶液、焦亞硫酸鈉溶液、可溶性澱粉、硫酸溶液
	10.平衡常數與勒沙特列原理(一~二節)	●平衡常數的測量:比色法求硫氰化鐵生成反應的平衡常數 $\text{Fe}^{3+} + \text{SCN}^- \rightarrow \text{FeSCN}^{2+}$ ●勒沙特列原理:二氧化氮雙聚反應的平衡的影響(現場或影片示範)	溶液濃度的稀釋法、分度吸量管與安全吸球的使用、利用比色法求物質的濃度	硫氰化鉀溶液、酸化的硝酸鐵溶液、二氧化氮
	11.溶度積測定(一節)	●測定 MgC <sub>2</sub> O <sub>4</sub> 的溶度積	精密秤量(或可選擇滴定分析法)	MgC <sub>2</sub> O <sub>4</sub> (硫酸、過錳酸鉀)

補充說明：環保署列管毒性化學物質，須遵循學術機構運作毒性化學物質管理辦法，必要時得以演示實驗或播放影片教學。

## 伍、實施要點

### 一、教材編選之要領

- (一) 教材之編選，應根據『普通高級中學必修科基礎化學課程綱要』，教材編輯時，可統整教材內容自定篇、章、節等順序或名稱。
- (二) 教材之設計，除應與國民中學自然與生活科技領域銜接之外，亦應與其他相關學科相互配合。
- (三) 本階段為化學的基礎教育，應以學生舊經驗為基礎，繼續九年一貫自然與生活科技領域課程，以中小學一貫課程體系指引為本，依普通高中教

- 育標準，組成可誘導學生興趣並發揮其潛能之化學教材。
- (四) 課本內有關原理之推演、闡釋應循序漸進，層次分明。定義宜清晰明確，公式宜詳加說明。並多使用範例來說明原理之適用性，期能活學活用。
- (五) 基礎化學（一）、（二）宜注重基本概念之建立，而不涉及複雜的演算。分子結構應強調分子中原子的排列有三度空間的特徵，但不強調記憶複雜的構造。教材份量應與教學節數相配合，並應求前後呼應。
- (六) 編寫教材時，除應注重新興科學與科技的發展，亦應配合本土特性與最新資訊，適度納入，適時修正。
- (七) 本教材綱要所列述的實驗為必須實施之實驗，實驗教材的設計，雖然與課綱相輔相成，卻非完全侷限於課綱的內容，其教材不需延伸至更深入的原理或概念，應著重操作型的學習，強化實驗過程中獲得過程技能外，並能培養其歸納推理，發現、解決問題、及自我學習的能力。
- (八) 為配合教材及增進教學效果，適時加入示範實驗，以提高學生的學習興趣。
- (九) 文字敘述，力求精簡準確，易讀易懂，學生可自行閱讀或自學，得在每章列出學習重點或摘要，版面應作美工專業設計，以誘導學生喜愛閱讀，激發其學習興趣為宗旨。
- (十) 教科書各單元教材，應編列例題及家庭作業，提供思考性習題。
- (十一) 教材中的專有名詞及翻譯名稱，應採用國立編譯館公布之規定，遇有未規定者，則參照目前國內刊物及習慣用語，妥為譯訂，惟各冊必須一致，並於書後列印中英名詞索引。
- (十二) 教師手冊宜審慎編輯，除明列教學單元目標、教學節數外，應提供教學必要的補充資料與參考書目，實驗活動與實驗藥品特性和處理方法的詳盡說明。

## 二、教學方法

- (一) 教師在學期開始前，應根據教師手冊、教科書、與實際教學節數等，編寫教學進度與教學計畫。教學的內容得依地方特性酌予增加鄉土教材。
- (二) 教師教學時，應以學生既有的知識或經驗為基礎，多舉生活上的實例以引起學習的動機，並盡量以相關之媒體輔導學生觀察現象、發現問題，適時提供學生進行提出假設、設計實驗步驟等探究的機會。在實驗活動中，應多讓學生親手操作，增加學習化學興趣，並培養基本操作技能。即使是示範實驗也可選同學操作，其他同學則可學習觀察、提問、討論、論述、報告、資料檢索等。
- (三) 教師教學時，除知識的傳授外，應注重科學方法的運用和科學態度的培養。
- (四) 教師教學時，應本因材施教之原則，重視個別輔導：注重班級經營，活用教學技術，以提高學生學習興趣；善用發問的技巧與小組討論的方式，

以激發學生之思考。

- (五) 教師宜配合課程需要，利用校外教學或其他適當的時機，帶領學生參觀與化學有關的工廠或研究機構等社會資源。並於教學中適時補充與化學有關之最新資訊，指導學生蒐集整理資料、相互研討，培養學生從事專題討論及研究的能力。
- (六) 教師應運用各種評量方法，適時評量教學過程與結果，並據以輔導學生學習及改進教學。

### 三、教具及有關教學設備

- (一) 學校應依照教育部頒布之「高級中學設備標準」，設置化學實驗室、化學實驗準備室、藥品儲藏室、器材供應室（含備妥急救沖洗及防火器材）、教師研究室等設施。實驗室及活動場所，應審慎規劃，並注意安全措施。
- (二) 實驗活動所需藥品及器材應獲得充分的供應，並得配置管理人員。
- (三) 除設備標準中規定必備之視聽教學媒體（包括電腦、光碟、錄影帶、影片、幻燈片、投影片、掛圖、模型等）外，分子三度空間概念的學習尤須強化電子視覺媒體及模型，各校之教學研究會，應鼓勵教師使用或製作教學媒體，並推廣之，擴大其教學效能。
- (四) 學校除需供應教學上必備之教師手冊、工具書及參考書外，並訂購相關期刊、雜誌供全校師生借閱，作為教學與研究之參考。

### 四、各科教材或單元間的聯繫與配合

基礎化學與數學、基礎物理、基礎地球科學、基礎生物等學科共屬自然領域，任課教師應熟悉相關各科教科書之內容，並透過教學研究會方式，集合各相關科目任課老師，共同研討教學配合方案，以求科際間橫向之聯繫。

### 五、教學評量

- (一) 為瞭解學生之學習狀況與成就，教師在教學過程中，應適時進行形成性評量、動態性評量、診斷性評量、另類評量、多元評量與總結性評量工作，以診斷教學的成效，並適才適性地評估學生的學習成就，加以改進與補救，以達成預期的教學目標。
- (二) 評量之內容，應以學習目標為導向，在認知方面，則按記憶、理解、應用、分析、綜合、評鑑等不同層次，製作評量試題，而題型宜生動活潑，從生活中取材，並求難易適中；在技能方面，則考評學生實驗操作技巧、科學過程技能、設計實驗及綜合判斷之能力；在情意方面，則特重科學精神和求真、求實之科學態度的含蘊，及求知與參與之熱忱。
- (三) 平時考查項目之評量方式除紙筆測驗外，亦可以課堂問答、閱讀報告、專題評論、習題作業、趣味遊戲、自製模型、設計實驗之報告、活動紀

錄之內涵等方式為之，依其思考之周延性、邏輯推理之嚴謹性、反應之靈敏性及創意之精緻性等各項表現，加以考評。

## 普通高級中學選修科目「化學」課程綱要

中華民國 97 年 1 月 24 日臺中（一）字第 0970011604B 號令發布  
中華民國 102 年 7 月 31 日臺教授國部字第 1020071891A 號令修正發布

### 壹、課程目標

繼續『高中必修科基礎化學』的基礎化學教育，加強化學原理與知識的培養，及實驗能力與操作技巧的養成，增進學生對物質科學的認知，冀能銜接大學或進階課程，確立博學、審問、慎思、明辨、篤行的基本治學方針。

### 貳、核心能力

- 一、化學是基礎科學的核心學科，最重要的是建立科學思考的方法與態度。對論證、思辨、理解、批判、解析、創新、發現及解決問題等智能之培養，應為學習之核心。
- 二、化學與物理學同為物質科學的兩大柱石，包含理論、現象與應用的學習。學科能力培養應注意熟稔專業語言、建構重要概念、認識量化分析及化學資訊解析、操演實驗技巧及思考法則、建立實用及生活中的化學知識。

### 參、時間分配

高中選修化學包含選修化學實驗為兩學期之課程。選修化學為每學期三學分，選修化學實驗為每學期一學分。

### 肆、教材綱要

本教材綱要分主題、主題內容、應修內容、說明、備註、參考節數等六部分，以為教材編撰之綱要。

高中選修化學					
主題	主題內容	應修內容	說明	備註	參考 節數
物質構造	一、原子構造	1.氫原子光譜	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 電磁波與能量</li> <li>● 氢原子放射光譜與芮得柏方程式</li> </ul>	✓ 不涉及量子力學。	12
		2.波耳氫原子模型	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 波耳氫原子模型</li> <li>● 氢原子能階</li> </ul>		
		3.原子軌域	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 量子數與原子軌域</li> </ul>		
		4.電子組態	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 遞建原理、洪德法則、包立不相容原理多電子原子的電子組態</li> </ul>		
		5.原子性質的趨勢	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 元素的原子半徑、游離能、電負度的週期性</li> </ul>		
物質構造	二、化學鍵結	1.化學鍵的種類	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 離子鍵、共價鍵、金屬鍵</li> <li>● 鍵極性、鍵偶極與極性分子</li> <li>● 分子極性與分子形狀</li> </ul>	✓ 不涉及鍵偶極矩的計算。 ✓ 以第二週期元素的化合物為例，不涉及含 d 軌域的混成軌域。	12
		2.價鍵理論	<ul style="list-style-type: none"> <li>● <math>\sigma</math> 鍵、<math>\pi</math> 鍵</li> <li>● 共振結構</li> <li>● 混成軌域</li> <li>● 價殼層電子對互斥理論與分子形狀</li> </ul>		
		3.分子間作用力	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 氢鍵與凡得瓦力</li> </ul>		

高中選修化學					
主題	主題內容	應修內容	說明	備註	參考 節數
物質性質	三、有機化合物	1.有機化合物的組成 2.碳氯化合物、有機鹵化物、醇、酚、醛、有機酸、酯、油脂、胺、醯胺	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 元素分析與有機化合物的組成</li> <li>● 以通性簡介其結構、特性、重要反應</li> <li>● 烯：加成反應如氫化、鹵化（檢驗）、<math>HX</math> 與 <math>H_2O</math>，聚合反應，僅以乙烯、氯乙烯、苯乙烯為例</li> <li>● 快：電石製備乙炔，加成反應，氧化與鹵化</li> <li>● 苯：礦化、芳香族與烯類（C=C）的差異（不與 <math>Br_2</math> 作用）</li> <li>● 醇：發酵製備（介紹其用途，未來能源）及工業製備（水煤氣），甲、乙醇氧化成醛；醇氧化成醛、酮、酸</li> <li>● 醛：氧化反應—銀鏡（與葡萄糖，還原糖單元連結）</li> <li>● 酸與酯：酯化、皂化</li> <li>● 胨：酸鹼反應</li> </ul>	✓ 有機化合物以代表各官能基之最簡單化合物為例。減少記誦的化學反應與反應式。烯加成反應僅以乙烯為例，不涉位向選擇。 ✓ 內容著重基本有機官能基的典型反應性，依規範的內容講授。	12

高中選修化學					
主題	主題內容	應修內容	說明	備註	參考 節數
物質性質	四、水溶液中酸、鹼、鹽的平衡	1.布-洛酸鹼理論	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 布-洛酸鹼定義、水溶液中質子轉移的概念</li> <li>● 共軛酸鹼對</li> </ul>	✓ 不涉及 鹽在水溶液中的酸鹼平 衡計算。	12
		2.酸鹼度	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 酸鹼強度、酸鹼滴定、滴定曲線圖</li> <li>● 弱酸、弱鹼水溶液的平衡</li> <li>● 弱酸、弱鹼的解離常數(<math>K_a</math>、<math>K_b</math>)</li> <li>● 雙質子酸</li> </ul>		
		3.緩衝溶液	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 緩衝溶液的形成應用</li> </ul>		
		4.鹽	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 鹽的種類與簡易命名</li> </ul>		
物質性質	五、氧化還原反應	1.氧化數	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 氧化數的定義</li> <li>● 反應式的均衡</li> </ul>	10	10
		2.氧化還原滴定	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 氧化還原滴定與計量</li> </ul>		
		3.電池電動勢	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 電池半反應式</li> <li>● 標準還原電位與電池電壓</li> </ul>		
		4.電解	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 法拉第電解定律</li> <li>● 電解、電鍍及其應用</li> </ul>		
物質狀態	六、液態與溶液	1.水的相變化	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 粒子的運動模型與物質狀態變化</li> <li>● 水的相變與相圖</li> <li>● 相態變化的能量關係</li> </ul>	10	10
		2.汽化與蒸氣壓	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 汽化、蒸氣壓、沸點熔點、相對溼度</li> </ul>		
		3.溶液的性質	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 重量莫耳濃度、拉午耳定律、亨利定律</li> <li>● 溶液的沸點上升與凝固點下降</li> <li>● 滲透、逆滲透、滲透壓</li> <li>● 膠體溶液</li> </ul>		

高中選修化學					
主題	主題內容	應修內容	說明	備註	參考 節數
物質性質	七、無機化合物	1.非金屬元素	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 氢、碳、氮、氧、矽、氯及其在生活及環境中常見的重要化合物</li> </ul>	✓ 重要化合物的內容應著重生活中常見的範例，使用模型或 3D 立體結構作為建立圖像之輔助工具以認識結構配位化合物不涉及鍵結理論。	8
		2.主族金屬元素	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 第三週期金屬及其在生活中常見的重要化合物</li> </ul>		
		3.過渡金屬元素	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 過渡金屬的性質、配位化合物</li> </ul>		
化學應用	八、化學的應用與發展	1.聚合物	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 聚合物的性質</li> <li>● 加成與縮合聚合反應</li> <li>● 常見的加成聚合物與縮合聚合物、橡膠</li> <li>● 澱粉與纖維素</li> </ul>	✓ 本單元著重在介紹化學的前沿發展及與先進科技的關係。	6
		2.生物體中的大分子	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 鹼胺基、肽鍵與蛋白質、酵素</li> <li>● 核酸</li> </ul>		
		3.先進材料	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 先進材料如半導體、液晶、導電聚乙炔</li> <li>● 奈米尺度</li> </ul>		
物質的測量	一、物質的測量	1.長度、體積、質量的測量	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 長度、體積、質量的測量與單位</li> <li>● 華氏溫度、攝氏溫度、絕對溫度</li> </ul>	✓ 本單元僅須附於課本附錄。 ✓ 可在實驗中介紹操作法則，實驗 2、4 應考慮有效數字及準確度與精密度的應用。	
		2.溫度的測量			
	二、測量的準確性	3.誤差的產生	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 儀器誤差、人為誤差</li> </ul>		
		4.準確度與精密度的意義	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 準確度與精密度的意義</li> </ul>		
		5.有效數字	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 科學符號、有效數字的表示法與計算</li> </ul>		

高中選修化學實驗				
	實驗名稱	說明	技能	試藥
1	烴類化合物的性質	<p>煙的性質：</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>● 乙炔的製備（可視實驗室通風設備選擇現場或影片示範）</li> <li>● 區別飽和煙與不飽和煙順反異構物的鑑定：</li> <li>● 由熔點測定及昇華現象分辨順反丁烯二酸異構物</li> </ul>	裝置反應設備、簡易氣體測漏、熔點測定	電石、過錳酸鉀溶液、溴水、己烷、環己烯、甲苯、酒精、順丁烯二酸、反丁烯二酸、橙IV指示劑、鎂帶、矽油或沙拉油、酚酞溶液、標準氫氧化鈉溶液
2	酸鹼滴定	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 標定標準鹼液</li> <li>● 測定未知濃度酸液的濃度</li> </ul>	標定、滴定	標準鄰苯二甲酸氫鉀溶液、氫氧化鈉溶液、鹽酸、酚酞溶液、未知酸或鹼溶液
3	電解電鍍、無電鍍銀	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 電解法電鍍</li> <li>● 銀鏡反應</li> </ul>	電解	銅片、鋅片、酒精、丙酮、硫酸鋅、硫酸銅、硝酸銀、葡萄糖、濃氨水
4	氧化還原滴定	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 利用草酸鈉測定過錳酸鉀的濃度</li> <li>● 利用過錳酸鉀分析物質中亞鐵離子的含量</li> </ul>	滴定、有效數字、精確度及準確度的檢驗	過錳酸鉀溶液、硫酸、草酸鈉溶液、硫酸亞鐵溶液
5	凝固點下降的測定	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 水的凝固點</li> <li>● 尿素水溶液的凝固點</li> </ul>	凝固點的測定	尿素、食鹽、冰塊（冷劑）
6	示範實驗： 錯合物的形成	<ul style="list-style-type: none"> <li>● 銦(V)的橙紅色硫酸溶液被氫還原成各種顏色的銦(IV)、銦(III)、銦(II)離子溶液</li> <li>● 綠色鎳(II)離子水溶液與乙二胺結合成藍、靛、紫色</li> </ul>	觀察、提問、討論、論述、報告、資料檢索	五氧化二銦、硫酸、鹽酸、鋅粉、硫酸鎳或氯化鎳、乙二胺

高中選修化學實驗				
	實驗名稱	說明	技能	試藥
7	奈米硫粒的合成	<ul style="list-style-type: none"> <li>用硫代硫酸鈉與鹽酸反應製造奈米硫粒</li> <li>以廷得耳效應檢驗奈米硫粒的生成</li> </ul>		硫代硫酸鈉、鹽酸、清潔劑
8	硬水的檢測軟化法	<ul style="list-style-type: none"> <li>軟水與硬水的檢驗</li> <li>暫時硬水與永久硬水的區別</li> <li>利用離子交換法軟化硬水</li> </ul>	硬水的定性檢測、離子交換法	硫酸鈣、硫酸鎂、飽和碳酸鈉溶液、陽離子交換樹脂（如安柏銳 IR120，50~100篩目）、大理石碎塊、稀鹽酸、石灰、蒸餾水 肥皂水
9	醇、醛、酮的性質	<ul style="list-style-type: none"> <li>醇、醛、酮在水中溶解度的比較</li> <li>醇、醛、酮與斐林試液的反應</li> <li>以銀鏡反應區別一級醇和二級醇</li> </ul>	定性有機分析技術	甲醇、甲醛(25 %以下)、丙醛、丙酮、1-丙醇、2-丙醇、丁酮、硝酸銀溶液、過錳酸鉀溶液、斐林試液、硫酸、濃氨水、二鉻酸鉀(選用)、鈉
10	化學合成	<ul style="list-style-type: none"> <li>以柳酸與乙酐反應製備阿司匹靈</li> <li>耐綸的製備</li> </ul>	簡單合成技術、產物鑑定與產率	丙酮、柳酸、乙酐、濃硫酸、飽和碳酸氫鈉溶液、濾紙、濃鹽酸、酒精、氯化鐵溶液、己二胺的氫氧化鈉溶液、己二醯氯的正己烷溶液

補充說明：環保署列管毒性化學物質，須遵循學術機構運作毒性化學物質管理辦法，必要時得以演示實驗或播放影片教學。

## 伍、實施要點

### 一、教材編選之要領

- (一) 教材之編選，應根據『普通高級中學選修科化學課程綱要』編選之，教材編輯時，可統整教材內容自定篇、章、節等順序或名稱。
- (二) 本階段為進深的化學科內容，應以基礎化學(一)、(二)、(三)為先備知識範圍，組成可誘導學生興趣並發揮其潛能之化學教材。
- (三) 課本內有關原理之推演、闡釋應循序漸進，層次分明。定義宜清晰明確，公式宜詳加說明。並多使用範例來說明原理之適用性，期能活學活用。
- (四) 教材份量應與教學節數相配合，並應求前後呼應，重要概念延續高一及高二所學，做較詳盡之介紹。
- (五) 實驗教材之編輯，應另成一冊，實驗教材的設計，其內容不需延伸至更深入的原理或概念，應著重操作型的學習，強化實驗過程中獲得過程技能外，並能培養其歸納推理，發現、解決問題、及自我學習的能力。
- (六) 為配合教材及增進教學效果，適時加入示範實驗，以提高學生的學習興趣。
- (七) 教材之設計，除應與高中基礎化學銜接之外，亦應與其他相關學科相互配合。
- (八) 編寫教材時，除應注重新興科學與科技的發展，亦應配合本土特性與最新資訊，適時修正。
- (九) 文字敘述，力求簡潔易讀，淺顯易懂，可供學生自行閱讀或自學，版面應作美工專業設計，多附精美的圖表與彩色照片，以求生動活潑，俾誘導學生喜愛閱讀，激發其學習的興趣。得在每章之前列出學習的重點，於每章之後列出摘要整理。
- (十) 教科書各單元教材之後，應編列家庭作業提供思考性習題。配合教材內容所需之學生實驗活動，應另編成冊。
- (十一) 教材中的專有名詞及翻譯名稱，應採用教育部公布之規定，遇有未規定者，則參照目前國內刊物及習慣用語，妥為譯訂，惟各冊必須一致，並於課文中出處出現時加註原文，並於書後列印中英名詞索引。
- (十二) 教師手冊宜審慎編輯，除明列教學單元目標、教學節數外，應提供教學必要的補充資料與參考書目，實驗活動與實驗藥品特性和處理方法的詳盡說明。

### 二、教學方法

- (一) 教師在學期開始前，應根據教師手冊、教科書、與實際教學節數等，編寫教學進度與教學計畫。教學的內容得依地方特性酌予增加鄉土教材。
- (二) 教師教學時，應以學生既有的知識或經驗為基礎，多舉生活上的實例以引起學習的動機，並盡量以相關之媒體輔導學生觀察現象、發現問題，適時提供學生進行提出假設、設計實驗步驟等探究的機會。在實驗活動

中，應多讓學生親手操作，增加學習化學興趣，並培養基本操作技能。即使是示範實驗也可選同學操作，其他同學則可學習觀察、提問、討論、論述、報告、資料檢索等。

- (三) 教師教學時，除知識的傳授外，應注重科學方法的運用和科學態度的培養。
- (四) 教師教學時，應本因材施教之原則，重視個別輔導；注重班級經營，活用教學技術，以提高學生學習興趣；善用發問的技巧與小組討論的方式，以激發學生之思考。
- (五) 教師宜配合課程需要，利用校外教學或其他適當的時機，帶領學生參觀與化學有關的工廠或研究機構等社會資源。並於教學中適時補充與化學有關之最新資訊，指導學生蒐集整理資料、相互研討，培養學生從事專題討論及研究的能力。
- (六) 教師應運用各種評量方法，適時評量教學過程與結果，並據以輔導學生學習及改進教學。
- (七) 本課綱除掌握普通高中的教育目標之外，更顧及菁英教育的目標，針對本課綱未涵蓋之化學範疇，學校可自行設計進階深化教材授課。

### 三、教具及有關教學設備

- (一) 學校應依照教育部頒布之「普通高級中學設備標準」，設置化學實驗室、化學實驗準備室、藥品儲藏室、器材供應室（含備妥急救沖洗及防火器材）、教師研究室等設施。實驗室及活動場所，應審慎規劃，並注意安全措施。
- (二) 實驗活動所需藥品及器材應獲得充分的供應，並得配置管理人員。
- (三) 除設備標準中規定必備之視聽教學媒體（包括電腦、光碟、錄影帶、影片、幻燈片、投影片、掛圖、模型等）外，分子三度空間概念的建立尤須藉由電子視覺媒體及模型幫助學生學習，各校之教學研究會，應鼓勵教師使用或製作教學媒體，並推廣之，擴大其教學效能。
- (四) 學校除需供應教學上必備之教師手冊、工具書及參考書外，並訂購相關期刊、雜誌供全校師生借閱，作為教學與研究之參考。

### 四、各科教材或單元間的聯繫與配合

化學與數學、物理、地球科學、生物等學科關係較密切，任課教師應熟悉相關各科教科書之內容，並透過教學研究會方式，集合各相關科目任課老師，共同研討教學配合方案，以求科際間橫向之聯繫。

### 五、教學評量

- (一) 為瞭解學生之學習狀況與成就，教師在教學過程中，應適時進行形成性評量、動態性評量、診斷性評量、另類評量、多元評量與總結性評量工作，以診斷教學的成效，並適才適性地評估學生的學習成就，加以改進與補救，

以達成預期的教學目標。

- (二) 評量之內容，應以學習目標為導向，在認知方面，則按記憶、理解、應用、分析、綜合、評鑑等不同層次，製作評量試題，而題型宜生動活潑，從生活中取材，並求難易適中；在技能方面，則考評學生實驗操作技巧、科學過程技能、設計實驗及綜合判斷之能力；在情意方面，則特重科學精神和求真、求實之科學態度的含蘊，及求知與參與之熱忱。
- (三) 平時考查項目之評量方式除紙筆測驗外，亦可以課堂問答、閱讀報告、專題評論、習題作業、趣味遊戲、自製模型、設計實驗之報告、活動記錄之內涵等方式為之，依其思考之周延性、邏輯推理之嚴謹性、反應之靈敏性及創意之精緻性等各項表現，加以考評。

## 普通高級中學必修科目「基礎生物（1）」課程綱要

中華民國 97 年 1 月 24 日臺中（一）字第 0970011604B 號令發布  
中華民國 102 年 7 月 31 日臺教授國部字第 1020071891A 號令修正發布

### 壹、課程目標

- 普通高級中學必修科目「基礎生物（1）」課程欲達成之目標如下：
- 一、引導學生經由探討各種生命現象及生物之共同性和多樣性，理解生物體的構造和功能，以培養基本生物學素養，激發其探究生物學的興趣。
  - 二、引導學生認識現代生物學知識的發展，了解生物與環境之間的關係，體會保護生態環境及永續發展的重要性，以培養尊重生命與愛護自然的情操，強化永續發展的理念。
  - 三、培養學生的觀察、推理和理性思辨等技能以及批判思考能力，以應用於解決日常生活中所遭遇的問題。

### 貳、核心能力

- 普通高級中學必修科目「基礎生物(1)」課程欲培養之核心能力如下：
- 一、了解生命的特性和共同性，認識生物多樣性的重要性，培養保育生物多樣性的情操。
  - 二、認識生物體的基本構造和功能，了解生物遺傳與生命延續之現象及原理。
  - 三、了解群集和生態系的特性，探討生物與環境之間的交互作用以及人類對生態的影響，培養尊重生命、保護生態環境的態度。
  - 四、培養觀察、推理、操作實驗等科學過程技能，發展批判思考、溝通、論證與解決問題等能力。

### 參、時間分配

普通高級中學「基礎生物（1）」為四學分的課程，於高一或高二開設，以安排二學期，每週授課二節（含探討活動）為原則。學生依興趣與專長之需要，至少修習2學分。

### 肆、教材綱要

教材綱要分為主題、主要內容、內容細目、內容說明和參考節數五部分，以做為教材編輯及教學選材之依據。教材編輯者或教師於編撰教材或進行教學時，可依課程發展的理念自定章節名稱及順序。「內容說明」主要在適度規範教材編輯及教學選材內容的深度和廣度。

主題	主要內容	內容細目	內容說明	參考 節數
壹、生命的特性	一、生命現象 二、細胞的構造 三、細胞的生理 四、細胞及能量 五、探討活動	·新陳代謝，生長，感應，生殖等 ·原核細胞與真核細胞 ·真核細胞的構造 ·組成細胞的分子 ·通過細胞膜的運輸 ·細胞中的化學反應 ·ATP ·能量的獲得與轉換 ·細胞形態與構造的觀察	·簡介細胞膜、細胞質、細胞核、植物細胞壁 ·僅簡介粒線體、內質網、高基氏體、液泡、核糖體、葉綠體 ·簡介水、醣類、蛋白質、脂質、核酸 ·不得涉及化學分子的結構式 ·僅簡介簡單擴散、促進性擴散、主動運輸(不得涉及次級主動運輸) ·簡介酶的特性及其功能 ·僅簡介物質的合成作用和分解作用 ·僅簡介光合作用及呼吸作用在能量轉換之關係，但不得涉及電子傳遞鏈、卡爾文循環、糖解作用與克氏循環的詳細過程。 ·不得涉及化學分子的結構式 ·觀察動物和植物細胞的形態及構造	8~9

主題	主要內容	內容細目	內容說明	參考 節數
貳、植物的構造與功能	一、植物的營養構造與功能 二、植物的生殖構造與功能 三、植物對環境刺激的反應 四、探討活動	根、莖、葉的形態、構造和功能 植物體內物質的運輸 被子植物的生殖構造 授粉和受精 果實和種子的傳播 對光、重力和機械性刺激的反應 觀察花的構造 觀察花粉的形態及萌發	不得涉及共質體 (symplast) 及質外體 (apoplast) 途徑 不得涉及世代交替的概念 不得涉及光敏素和植物激素的生理作用	8~9
參、動物的構造與功能	一、循環 二、消化 三、呼吸與排泄	循環系統 消化系統 呼吸系統 泌尿系統	簡介循環系統的組成 簡介血液循環和淋巴循環 簡介血壓(不得涉及血壓的調節機制) 簡介消化系統的組成 簡介食物的消化與吸收(不得涉及消化液分泌的調控) 簡介呼吸系統的組成 簡介呼吸運動的過程(不得涉及調控機制) 簡介氣體交換 簡介泌尿系統的組成 簡介尿液的形成	12~14

主題	主要內容	內容細目	內容說明	參考 節數
	四、防禦	·淋巴系統 ·防禦作用	·簡介非專一性防禦和專一性防禦(不得涉及 T 淋巴球和 B 淋巴球之間的交互作用、自然殺手細胞、MHC 與 Ig 種類)	
	五、感應與協調	·神經系統	·簡介神經系統的組成(不得涉及腦的細部分區與各腦神經的名稱及分類) ·以隨意運動為例，說明神經元、肌肉和骨骼的共同作用(不得涉及訊息傳遞的機制、以及骨骼的名稱與分類及肌肉的微細構造)	
		·內分泌系統	·簡介內分泌系統的組成與功能(僅簡介腦垂腺、甲狀腺、副甲狀腺、胰島、腎上腺和性腺，不得涉及激素的化學成分)	
	六、生殖	·生殖系統	·簡介生殖系統的組成 ·簡介月經周期(不得涉及下視丘與腦垂腺的調控機制)	
	七、探討活動	·血球及神經細胞的觀察 ·生殖腺及生殖細胞的觀察		

主題	主要內容	內容細目	內容說明	參考 節數
肆、遺傳	一、染色體與細胞分裂 二、性狀的遺傳 三、遺傳物質	染色體 細胞分裂 孟德爾遺傳法則 孟德爾遺傳法則的延伸 染色體與基因 DNA 的構造與功能 基因的表現	<ul style="list-style-type: none"> <li>簡介染色體的構造</li> <li>僅以人類為例，簡介體染色體與性染色體，不得涉及其他生物</li> <li>簡介有絲分裂的過程，不要區分前、中、後、末期</li> <li>以人體的生殖細胞為例，簡介減數分裂及配子形成的過程</li> <li>介紹孟德爾如何根據實驗推論出遺傳法則</li> <li>中間型遺傳</li> <li>多基因遺傳(不得涉及計算)</li> <li>ABO 血型的遺傳</li> <li>性聯遺傳(以紅綠色盲的遺傳為例)</li> <li>簡介「遺傳的染色體學說」</li> <li>僅說明核苷酸鏈的分子組成及含氮鹼基的配對規則，不得涉及含氮鹼基的分子構造、核苷酸鏈的方向性及化學鍵結概念</li> <li>簡介 DNA 的複製，除聚合酶外，不得涉及其他酶(不得涉及化學分子的結構式)</li> <li>簡介轉錄和轉譯(除聚合酶外，不得涉及其他酶及蛋白質的名稱或作用、基因表現的調控、以及化學分子的結構式)</li> </ul>	8~10

主題	主要內容	內容細目	內容說明	參考 節數
	四、基因轉殖技術及其應用	·重組 DNA ·基因轉殖技術的應用	·簡介重組 DNA 的製作 ·簡介重組 DNA 的應用	
	五、探討活動	·染色體的觀察		
伍、演化與生物多樣性	一、生物的演化	·演化理論的發展 ·生物種的概念	·簡介演化概念的形成與發展 ·簡介共同祖先的概念與演化理論的關係 ·簡介天擇與演化 ·簡介生物種概念(Biological species concept) ·簡介生物種概念適用的問題	
	二、生命樹	·親緣關係的重建	·簡介演化證據對親緣關係重建的影響 ·簡介親緣關係的可重建性，得以鳥類及爬蟲類的親緣關係為例說明 ·簡介生物分類系統的演變(不得涉及界以下的分類特徵)	7~8
		·生物分類系統	·簡介病毒的基本構造及其介於生物與非生物之間的地位	
		·病毒		
	三、生物多樣性	·基因多樣性、物種多樣性、生態系多樣性 ·生物多樣性的重要性		
	四、探討活動	·生物多樣性的觀察	·鄰近地區生物的調查	

主題	主要內容	內容細目	內容說明	參考 節數
陸、生物與環境	一、族群與群集 二、生態系 三、多樣的生態系 四、人類與環境	·族群的特徵 ·生物間的交互作用 ·群集消長 ·非生物因子及生物因子 ·能量流轉 ·物質循環 ·生態系的動態平衡 ·陸域生態系 ·水域生態系 ·沼澤生態系 ·人類活動與生態平衡 ·自然保育與永續經營	·簡介族群密度、族群成長曲線、生存曲線、年齡結構 ·簡介掠食、共生(片利共生、互利共生、寄生)、競爭  ·僅簡介碳循環和氮循環  ·說明造就臺灣豐富的生物多樣性的原因，並簡介臺灣的生態系類型 ·簡介各生態系中生物的適應，著重生物與環境間的互動，避免過多物種的介紹 ·以都市化及外來種說明 ·根據生態或演化的原理，以實際案例說明生物多樣性的保育	13~14

註：參考教學節數以每學期 15 週，每週授課 2 節計算，二個學期共 60 節。

## 伍、實施要點

### 一、教材編選

- (一) 普通高級中學「基礎生物（1）」課程的教材編選，應以認識生物之共同性及多樣性為基礎，引領學生經由探討生物體的構造及機能，了解人體的生理和生命的遺傳和延續，進而體會保護生態環境及永續發展的重要性，以達成課程目標。
- (二) 教材內容之深度及廣度應適合普通高級中學一、二年級學生的認知能力，並注意與國民中小學「自然與生活科技」課程內容及普通高級中學選修科目「生物」課程的銜接。

- (三) 教材綱要之「內容說明」欄旨在適度規範教材編輯及教學選材內容的深度和廣度，選編教材時應審慎考量「內容細目」及「內容說明」之規範，不宜偏漏或超出範圍。教材份量可依各主題之性質彈性調配，惟應儘量與教學參考節數相配合。
- (四) 教材之組織應以學生的「先前知識（prior knowledge）」為基礎，強調概念系統之間的統整及協調，相關概念之呈現應由淺至深，由具體而抽象，注意概念發展之層次、系統與連貫，避免僅記憶零碎之知識。
- (五) 教材編輯及教學選材應重視基本概念的探討及生物學概念系統之發展，儘量選用我國的生物學研究成果及在地學習材料，並適切融入海洋教育相關教材，以期與學生之生活經驗相結合，激發學生的學習興趣。
- (六) 教材編輯和出版者於編撰教材以及教師於規劃教學內容時，應參考基礎物理、基礎化學、基礎地球科學和地理等學科的相關單元內容，以避免不必要的重複。
- (七) 教材選編應力求淺顯易懂、生動有趣且容易閱讀，並多附圖、表及照片等以幫助學生了解。使用之專有名詞和人名之譯名應以教育部公布之生物學名詞為準，其未規範者宜參照目前國內相關學術期刊或一般習慣用詞，妥適翻譯，初次出現之專有名詞或外國人名宜附原文以為對照。
- (八) 為促進科技和人文素養的均衡發展，使生物科之學習能融入人文的內涵，選編教材時宜適當納入有關科學家生平的闡述，以及簡單說明重大科學發現的經過。生態保育、海洋教育及永續發展相關的概念或發展，也應介紹說明，以增加學生學習生物學的興趣，進而培養學生尊重生命、愛護環境與永續發展的情操。
- (九) 選編教材時宜將「探討活動」融入教科書，探討活動內容之設計應儘量配合教材綱要，使教材內容的學習更完整、明晰。探討活動之取材應儘量選用在地材料。此外，編撰教材時宜另編「探討活動紀錄簿」，俾方便學生於進行活動時記錄探討活動之過程、結果與討論。
- (十) 編撰教材時應隨附「教師手冊」供教師教學之參考，「教師手冊」之內容除列出各單元教學目標、教材內容說明外，亦宜適當提供教學參考資料和建議等，供教師教學之參考。

## 二、教學方法

- (一) 教師教學時應先以適當方法診斷學生之「先前知識」，並以學生之「先前知識」及生活經驗為基礎，應用適當之教學策略幫助學生達到有意義的學習。
- (二) 教師教學應以科學概念知識為主軸，注重基本科學概念之了解和融會貫通，不宜過度強調零碎知識的記憶。
- (三) 教師教學時應多以發問方式啟發學生思考，激發學生參與討論活動，並積極鼓勵學生提問，以幫助學生了解教材內容，引起學生的學習動機和興趣，促進自我學習。

- (四)教師教學時除了應注重學生對科學概念知識的學習外，亦應兼顧科學過程技能（如：推理、預測、解釋資料、提出假說、設計實驗等）和科學態度（如：虛心、尊重數據、不輕下結論等）的培養。
- (五)教師教學時應因應教材的特性，應用適當的教學媒體來輔助教學或實施戶外教學，以幫助學生了解科學概念知識，發展科學過程技能。
- (六)教師教學時應適當應用社會資源，結合當地科學教育及研究機構，以幫助學生結合生活經驗及教材內容，並了解科學發展過程。也應提供機會，引導學生討論生物學相關的社會、倫理或法律議題。
- (七)教師教學時必須注意學生的個別差異，對於學習較快或較慢的學生，應該因應其學習情況適當實施充實或補救教學。
- (八)教師教學時應強化生物多樣性的觀察和實地體驗，學校並應備妥相關的配套措施，包括教師研習進修及相關之硬軟體設施。

### 三、教學評量

- (一)教學評量應以課程目標及教學目標為依據，並兼顧認知、技能和情意三個領域的學習，以檢測學生是否習得基本的科學概念知識、科學過程技能和科學態度等。
- (二)教學評量的實施應善用診斷性、形成性與總結性評量的特性，採定期及不定期考查的方式實施，俾隨時診斷學生的學習困難，檢測學生的學習進展，評量學生的學習成果，以做為教師改進教學及促進學生學習之參考。
- (三)教學評量應適當發揮督促、鼓勵和啟發學生反省思考的功能，並引導學生察覺自己學習方式的優缺點，不宜僅做為評量學生學習成就的工具。
- (四)實施教學評量時，應適時發掘有特殊學習困難或具有特殊科學性向及才賦的學生，俾給予適當的補救教學或個別輔導。
- (五)教學評量應秉持真實性評量 (authentic assessment) 的理念，採多元的方式實施，除由教師進行考評之外，亦得輔以學生自我評鑑等方式，以考查學生是否達成教學目標，俾做為改進教學、提升教學成效的參考。
- (六)教學評量的實施方式不宜僅侷限於紙筆測驗，可兼採觀察、晤談、繳交報告、實作及檔案評量 (portfolio assessment) 等方式為之，以期能公正、客觀的評估學生的學習情況，並激發學生的學習動機，增進學習績效。
- (七)實施教學評量時除了以「常模參照評量 (norm-referenced assessment)」來解釋學生的學習成就外，亦宜斟酌情況適切採用「標準參照評量 (criterion-referenced assessment)」的理念來解釋學生的學習表現，以發揮教學評量在檢測學生學習進展狀況，提升學生學習興趣的功效。
- (八)認知領域學習表現的評量除應包括知曉、了解的表現外，亦應注重應用、統整等高層認知能力及批判思考等的表現。知曉、了解、應用和統整四個階層認知能力之定義如下：

#### 1.知曉科學知識 (K)

- (1) 記憶在學校課程或日常生活經驗中所習得之科學事實或知識。

- (2) 區別或界定基本科學名詞、術語或科學實驗器材。
  - (3) 閱讀圖表。
2. 了解基本科學原理法則 (U)
- (1) 了解基本科學概念、原理、法則。
  - (2) 了解科學學說和定律的內容。
  - (3) 了解科學知識間的關係。
3. 應用基本科學資訊 (A)
- (1) 分析及解釋資料。
  - (2) 應用科學知識進行推理、推論、預測。
  - (3) 分析資料並應用資料進行推理、推論、預測。
4. 統整科學資訊 (I)
- (1) 綜合各項資訊，指出各變項之間的關係。
  - (2) 統整實驗過程及數據，指出擬驗證之假說及提出結論。
  - (3) 統整科學概念提出結論。
  - (4) 綜合各階層科學知識以解決問題。

#### 四、教學資源

- (一) 學校應依教育部頒布之「普通高級中學設備標準」，設置生物實驗室及器材準備室，並配置管理人員。實驗活動所需之器材應獲得充分之供應。
- (二) 學校除應依據課程綱要之內容，妥適充實教學必需之相關設備、器材、藥品及標本（含玻片標本），並購置教學所需之模型、掛圖及光碟等教學媒體以配合教學外，亦應提供相關設備和材料鼓勵教師自製教學媒體，以配合教學使用。
- (三) 為方便生物科之教學實施，學校宜在環境許可的範圍內，妥善設置小型「生態池」或「植物園區」，以利生物科教學活動之進行。
- (四) 實驗室及進行實驗活動的場所應特別注意通風及安全設施，教師應妥適教導和輔導學生正確使用、操作與維護實驗相關設備（如：顯微鏡等）。
- (五) 學校應儘量配合教學需要，購置生物教學相關書籍、期刊、雜誌等參考資料供師生借閱，並做為學生學習及教學研究之參考。

#### 陸、附 錄

- 一、普通高級中學「基礎生物（1）」課程綱要之修訂，係以培養國民的基本生物學素養為目標，以反映社會對提升國民之基本生物學素養的期待。
- 二、普通高級中學「基礎生物（1）」課程綱要採螺旋式課程設計的理念，向下銜接國民中小學「自然與生活科技」課程，以激發學生探究生物學的興趣，向上則銜接「基礎生物（2）（應用生物）」及選修科目「生物」，以奠定探究生物相關專業教育的基礎。
- 三、為提升未來課程實施之可行性及實施成效，以有效達成課程目標，主管教育

行政機關應於課程實施之前，妥撥經費以充實生物科教學相關設備，並有計畫辦理生物科教師研習，提供教師在職進修的機會。

## 普通高級中學必修科目「基礎生物(2)(應用生物)」

### 課程綱要

中華民國 97 年 1 月 24 日臺中（一）字第 0970011604B 號令發布  
中華民國 102 年 7 月 31 日臺教授國部字第 1020071891A 號令修正發布

### 壹、課程目標

普通高級中學必修科目「基礎生物(2)(應用生物)」課程欲達成之目標如下：

- 一、引導學生了解生物科學在人類生活及產業上的應用，並探討現代生物科學發展在社會、法律及倫理方面所衍生的相關議題，以培養尊重生命、愛護自然的美德，達到永續發展的目標。
- 二、培養學生批判思考、溝通、論證、價值判斷等的能力，以面對並解決日常生活所遭遇之與生物學相關的議題。

### 貳、核心能力

普通高級中學必修科目「基礎生物(2)(應用生物)」課程欲培養之核心能力如下：

- 一、了解生物科學的基本知識，認識其在生活與產業上的應用及衝擊。
- 二、了解生物科學在農業、食品、醫藥上的應用，以及生物科學與環境之間的相互關係，培養尊重生命、愛護自然的情操及永續發展的理念。
- 三、具備探討、批判生物科學中與社會、法律及倫理相關議題之能力。
- 四、培養觀察、推理、批判思考、溝通、論證與解決問題等能力。

### 參、時間分配

普通高級中學「基礎生物(2)(應用生物)」為二學分的課程，是「基礎生物(1)」課程的延伸，建議於高二開設，以安排一學期或一學年，每週授課一或二節為原則。

### 肆、教材綱要

教材綱要分為主題、主要內容、內容細目、內容說明及參考節數五部分，以做為教材編輯及教學選材之依據。教材編輯者或教師於編撰教材或進行教學時，可依課程發展的理念及教學需要自定章節名稱及順序。「內容說明」主要在適度規範教材編輯及教學選材內容的深度和廣度。

主題	主要內容	內容細目	內容說明	參考 節數
壹、生物科學與農業	一、生物品系的培育 二、生物病蟲害及疫病的防治 三、基因改造生物	育種 生物防治法 基因改造生物在農業上的應用	簡介傳統及現代的育種方式 介紹生物防治法的原理、優缺點及影響 可討論基因改造生物對環境的影響	7~8
貳、生物科學與食品	一、微生物在食品上的應用 二、酵素在食品上的應用 三、基因改造食品	微生物與食品生產 酵素與食品生產 基因改造食品的使用現況	以日常生活可能攝取到的基因改造食品為例說明	7~8
參、生物科學與醫藥	一、抗生素與疫苗 二、遺傳疾病的篩檢 三、生殖輔助醫學	抗生素的發現與使用 疫苗的功能 常見遺傳疾病的篩檢 試管嬰兒 精卵篩選的倫理議題	以肺結核的治療為例說明如何合理的使用抗生素	7~8
肆、生物科學與環境	一、生物修復 二、生物資源	環境污染物質對生物的影響 利用生物處理環境污染物質 合理使用生物資源 發展生質能源的優缺點	以重金屬、內分泌干擾物質為例說明 簡介如何利用植物和微生物處理環境污染物質	7~8

※註：參考教學節數以每學期約15週，每週授課2節計算，一個學期共30節。

## 伍、實施要點

### 一、教材編選

- (一) 普通高級中學「基礎生物（2）（應用生物）」課程之設計，是以「基礎生物（1）」之課程內容為基礎，引領學生探討生物科學在農業、食品和醫藥上之應用，以維繫人類的健康，增進人類的生活品質，並了解生物科學在環境保育及永續發展上的應用及其重要性。
- (二) 教材內容之深度及廣度應適合普通高級中學二年級學生的認知能力，並注意與普通高級中學「基礎生物（1）」及選修科目「生物」課程的銜接。
- (三) 教材綱要之「內容說明」欄旨在適度規範教材編輯及教學選材內容的深度

和廣度，選編教材時應審慎考量「內容細目」及「內容說明」的規範，不宜偏漏或超出範圍。教材份量可依各主題之性質彈性調配，惟應儘量與教學參考節數相配合。

- (四) 選編教材時應以普通高級中學「基礎生物（1）」之課程內容為基礎，配合教材綱要，將生物科學在生活及產業上的應用，以及生物科學與社會、法律及倫理相關的議題融入教科書，並以「議題導向」的方式組織呈現，俾方便教學時進行討論。
- (五) 教材編輯及教學選材應儘量選用我國的生物科學研究成果及在地學習材料，以期與學生之生活經驗相結合，激發學生的學習興趣。
- (六) 教材選編應力求淺顯易懂、生動有趣且容易閱讀，並多附圖、表及照片等以幫助學生了解。使用之專有名詞和人名之譯名應以教育部公布之生物學名詞為準，其未規範者宜參照目前國內相關學術期刊或一般習慣用詞，妥適翻譯，初次出現之專有名詞或外國人名宜附原文以為對照。
- (七) 編撰教材時應隨附「教師手冊」供教師教學之參考，「教師手冊」的內容除列出各單元教學目標、教材內容說明外，亦應適當提供教學參考資料和建議等，供教師教學時之參考。

## 二、教學方法

- (一) 教師教學時應先以適當方法診斷學生之「先前知識（prior knowledge）」，並以學生之「先前知識」及生活經驗為基礎，應用適當之教學策略以幫助學生達到有意義的學習。
- (二) 教師教學應以生物科學相關的生活及產業議題為主軸，注重基本生物科學知識的應用，並就生物科學與社會、法律及倫理相關的議題進行討論。
- (三) 教師教學時應多以發問方式啟發學生思考，激發學生參與討論活動，並積極鼓勵學生提問，以幫助學生了解教材內容，引起學生的學習動機和興趣，促進自我學習。
- (四) 教師教學時除了應注重學生對生物科學知識的學習外，亦應以討論的方式，深入探討生物科學對社會、法律及倫理等的衝擊等相關議題。
- (五) 教師教學時應因應教材的特性，應用適當的教學媒體來輔助教學或實施戶外教學參觀，以瞭解當地的生物科學相關研究及產業機構，善用社會資源來幫助學生學習。
- (六) 教師教學時必須注意學生的個別差異，對於學習較快或較慢的學生，應該因應其學習情況適當實施充實或補救教學。

## 三、教學評量

- (一) 教學評量應以課程目標及教學目標為依據，並兼顧認知、技能和情意三個領域的學習，以檢測學生是否習得基本的科學概念知識、科學過程技能和科學態度等。
- (二) 教學評量的實施應善用診斷性、形成性與總結性評量的特性，採定期及不

定期考查的方式實施，俾隨時診斷學生的學習困難，檢測學生的學習進展，評量學生的學習成果，以做為改進教學、促進學生學習之參考。

(三) 教學評量應適當發揮鼓勵、督促和啓發學生反省思考的功能，並引導學生察覺自己學習方式的優缺點，不宜僅做為評量學生學習成就的工具。

(四) 實施教學評量時，應適時發掘有特殊學習困難或具有特殊科學性向及才賦的學生，俾給予適當的補救教學或個別輔導。

(五) 教學評量應秉持真實性評量 (authentic assessment) 的理念，採多元的方式實施，除由教師進行考評之外，亦得輔以學生自我評鑑等方式，以考查學生是否達成教學目標，俾做為改進教學、提升教學成效的參考。

(六) 教學評量的實施方式不宜僅侷限於紙筆測驗，可兼採觀察、晤談、繳交報告、實作及檔案評量 (portfolio assessment) 等方式為之，以期能公正、客觀的評估學生的學習情況，並激發學生的學習動機，增進學習績效。

(七) 實施教學評量時除了以「常模參照評量 (norm-referenced assessment)」來解釋學生的學習成就外，亦宜斟酌情況適切採用「標準參照評量 (criterion-referenced assessment)」的理念來解釋學生的學習表現，以發揮教學評量在檢測學生學習進展狀況，提升學生學習興趣的功效。

(八) 認知領域學習表現的評量除應包括知曉、了解的表現外，亦應注重應用、統整等高層認知能力及批判思考等的表現。知曉、了解、應用和統整四個階層認知能力之定義如下：

1. 知曉科學知識 (K)

- (1) 記憶在學校課程或日常生活經驗中所習得之科學事實或知識。
- (2) 區別或界定基本科學名詞、術語或科學實驗器材。
- (3) 閱讀圖表。

2. 了解基本科學原理法則 (U)

- (1) 了解基本科學概念、原理、法則。
- (2) 了解科學學說和定律的內容。
- (3) 了解科學知識間的關係。

3. 應用基本科學資訊 (A)

- (1) 分析及解釋資料。
- (2) 應用科學知識進行推理、推論、預測。
- (3) 分析資料並應用資料進行推理、推論、預測。

4. 統整科學資訊 (I)

- (1) 綜合各項資訊，指出各變項之間的關係。
- (2) 統整實驗過程及數據，指出擬驗證之假說及提出結論。
- (3) 統整科學概念提出結論。
- (4) 綜合各階層科學知識以解決問題。

#### 四、教學資源

(一) 學校應依教育部頒布之「普通高級中學設備標準」，設置生物實驗室及器

材準備室，並配置管理人員。實驗活動所需之器材應獲得充分之供應。

- (二) 學校除應依據課程綱要之內容，妥適充實教學必需之相關設備、器材、藥品及標本（含玻片標本），並購置教學所需之模型、掛圖及光碟等教學媒體以配合教學外，亦應提供相關設備和材料鼓勵教師自製教學媒體，以配合教學使用。
- (三) 學校應儘量配合教學需要，購置生物教學相關書籍、期刊、雜誌等參考資料供師生借閱，並做為學生學習及教學研究之參考。

## 陸、附 錄

- 一、普通高級中學「基礎生物（2）（應用生物）」課程綱要內容之訂定，強調生物科學知識在生活及產業上的應用，並重視與生物科學相關的社會、法律及倫理議題的討論，教材選材及教師教學應把握課程綱要內容設計的要旨。
- 二、普通高級中學「基礎生物（2）（應用生物）」課程綱要的內容，是以「基礎生物（1）」課程綱要內容為基礎來設計，以期能拓展對生物科學知識在生活及產業上應用的瞭解，並激發學生探究生物科學的興趣。
- 三、為提升未來課程實施之可行性及實施成效，以有效達成課程目標，主管教育行政機關應於課程實施之前，妥撥經費有計畫辦理生物科教師研習，以提供教師在職進修的機會。

## 普通高級中學選修科目「生物」課程綱要

中華民國 97 年 1 月 24 日臺中（一）字第 0970011604B 號令發布  
中華民國 102 年 7 月 31 日臺教授國部字第 1020071891A 號令修正發布

### 壹、課程目標

普通高級中學選修科目「生物」課程欲達成之目標如下：

- 一、引導學生由分子與細胞的階層，了解生物體的構造和功能，探討各種生命現象及其原理，以培養生物學素養，奠定探究生物學的基礎。
- 二、引導學生認識現代生命科學知識的進展及成就，激發探究生命科學的興趣，進而培養鑑賞生命科學和尊重生命的情操，以及正確的生態保育和永續發展理念。
- 三、培養學生的科學探究、批判思考、溝通、論證與解決問題的能力，以發展從事生命科學研究的相關技能。

### 貳、核心能力

普通高級中學選修科目「生物」課程欲培養之核心能力如下：

- 一、由分子和細胞的階層了解生物體的構造和功能，探討各種生命現象及其原理。
- 二、認識現代生命科學知識的進展，欣賞生命科學社群研究活動的成就，激發探究生命科學的興趣。
- 三、了解生命科學與人類生活之間的關係，培養尊重生命、保育生態和永續發展的理念。
- 四、培養觀察、溝通、推理、進行實驗等科學過程技能，發展批判思考及解決問題的能力。
- 五、發展論證、思辨的基本技能，培養從事生命科學研究和解決問題的能力。

### 參、時間分配

普通高級中學選修科目「生物」為八學分的課程，於高三開設，以安排一學年，每週授課四節（含探討活動）為原則。

### 肆、教材綱要

教材綱要分為主題、主要內容、內容細目、內容說明和參考節數五部分，以做為教材編輯及教學選材之依據。教材編輯者或教師於編撰教材進行教學時，可依課程發展理念及教學需要自定章節名稱及順序。「內容說明」主要是在適度規範教材編輯及教學選材內容的深度和廣度。

主題	主要內容	內容細目	內容說明	參考 節數
壹、生物體的基本構造與功能	一、生命的起源與演化  二、細胞的化學組成  三、真核細胞的構造與功能  四、細胞的特化與分工  五、探討活動	生命的起源 營養方式的演變 真核細胞的形成  醣類、脂質、蛋白質、核酸之功能 細胞膜  細胞核 內膜系統  植物的組織 動物的組織 細胞的滲透作用  顯微測量技術  組織的觀察	介紹有機演化 介紹由異營到自營，由無氧到有氧 介紹由原核生物到真核生物 介紹內共生假說  流體鑲嵌模型 簡介膜蛋白，如運輸蛋白、受體蛋白 物質通過細胞膜的運輸  以物質合成與運輸為主軸，介紹內膜系統的角色。  觀察細胞在高張、低張和等張溶液的變化(可以用紫背萬年青為材料) 使用顯微測微尺測量細胞或微生物	12~13
貳、維持生命現象的能量	一、光合作用  二、細胞呼吸	光反應  碳反應(Carbon Reactions) 有氧呼吸  醣酵作用	不得涉及電子傳遞鏈的詳細過程 不得涉及光合磷酸化作用的詳細過程 不得涉及卡爾文循環的詳細過程  不得涉及有氧呼吸過程中ATP數量的計算 不得涉及氧化磷酸化作用的詳細過程	8~9

主題	主要內容	內容細目	內容說明	參考 節數
	三、能量的使用與生命的維持 四、探討活動	·生合成 ·主動運輸 ·酶活性的測定 ·光合作用	·檢測過氧化氫酶(catalase)的活性 ·光合色素之層析分離 ·光反應的還原作用	
參 植物體內物質的運輸	一、水和礦物質的吸收 二、水和礦物質的運輸 三、養分的運輸 四、探討活動	·水和礦物質的吸收 ·水和礦物質的運動力 ·影響蒸散作用的因素 ·養分的運動 ·根、莖、葉的觀察	·含菌根的說明  ·觀察根和根毛的構造 ·觀察單子葉植物和雙子葉植物莖和葉的構造	7~8
肆 植物的生殖與生長	一、植物的生殖 二、影響植物生長的因素 三、植物對環境刺激的反應	·被子植物的有性生殖 ·種子的萌發與幼苗的生長 ·環境因子 ·植物激素  ·植物對光的反應 ·植物對溫度的反應 ·植物在逆境下的反應 ·植物的防禦	·介紹生長素、吉貝素、細胞分裂素、乙烯、離層酸的生理作用 ·簡介光敏素的作用 ·簡介光周期性 ·以春化作用為例	9~10

主題	主要內容	內容細目	內容說明	參考 節數
伍、動物的循環	一、循環的類型 二、循環系統 三、循環的功能 四、探討活動	開放式循環，閉鎖式循環 心血管循環系統 淋巴循環系統 血液的功能 淋巴的功能 心臟的觀察 溫度對心搏的影響	含肝門脈循環、冠狀循環的簡介 含人體心動周期(不得涉及心臟傳導系統) 觀察心臟的構造(可以用雞、鴨或豬的心臟為材料) 觀察水蚤心搏與水溫的關係	8~9
陸、動物的消化與吸收	一、消化 二、吸收	哺乳動物消化道的構造 消化液的分泌、作用及調節 哺乳動物小腸絨毛的構造 養分的吸收與運輸		5~6
柒、動物的呼吸	一、呼吸構造與呼吸運動 二、氣體的交換與運輸	呼吸構造的特性與類型 呼吸運動的調節 氧與二氧化碳的交換與運輸 呼吸與體液酸鹼度恆定的關係	介紹昆蟲的氣管系及脊椎動物的肺和鰓，不得涉及逆流交換機制 以人體為例說明 介紹呼吸中樞，但不得提及呼吸調節中樞、長吸中樞等名詞	4~5

主題	主要內容	內容細目	內容說明	參考 節數
捌、動物的排泄	一、含氮代謝物的排除 二、排泄作用 三、恆定性 四、探討活動	動物排除含氮代謝物類型與生活環境的關係 哺乳動物的泌尿系統 腎元的構造與功能 體液恆定的維持 腎臟的觀察	含討論體液恆定與血壓的關係 觀察豬腎的構造及腎臟的切片標本	5~6
玖、動物的神經與內分泌	一、感覺受器 二、訊息的傳遞 三、激素的功能 四、神經與內分泌的協調合作 五、探討活動	受器的類型與特性 膜電位的變化 神經元間的訊息傳遞 神經訊息對動器的作用 激素對目標細胞的作用 下視丘與回饋控制 月經週期 蛙的外部形態及內部構造之觀察※ 激素對色素細胞的影響	介紹人體的感覺受器 介紹靜止膜電位 介紹神經衝動 介紹突觸、神經傳遞物(不得涉及詳細的分子化學構造)  介紹激素如何作用於膜上或膜內接受器，如影響膜電位、酵素活性、基因表現等，但不得涉及第二傳訊者的詳細功能 以下視丘對生理的調節為例，說明回饋控制  觀察蛙的外部形態、內部構造與反射現象 測定腎上腺素對黑色素細胞中色素移動的影響	10~11

主題	主要內容	內容細目	內容說明	參考 節數
拾一、人體的防禦	一、病原體 二、免疫系統 三、免疫作用 四、探討活動	·病毒 ·細菌 ·免疫細胞的種類 ·免疫器官 ·先天免疫 ·後天獲得免疫 ·免疫失調 ·抗原抗體的反應	·不得涉及致病機制  ·介紹胸腺、骨髓、淋巴結和脾臟的功能 ·介紹吞噬作用、發炎反應 ·介紹體液免疫和細胞媒介型免疫 ·介紹過敏反應、排斥作用、自體免疫疾病與免疫缺失 ·ABO 血型的鑑定	7~8
拾壹、遺傳	一、染色體與遺傳 二、核酸與遺傳 三、基因的表現 四、突變 五、生物技術 六、探討活動	·性聯遺傳 ·聯鎖與互換 ·核酸的發現 ·DNA 和 RNA ·DNA 的複製 ·轉錄與轉譯 ·基因表現的調控 ·染色體的變異 ·點突變 ·重組 DNA 與基因轉殖 ·聚合酶連鎖反應 (PCR) ·DNA 的粗萃取	·不得涉及互換率的計算  ·僅討論真核細胞的 DNA 複製  ·僅以乳糖操縱組為例  ·避免使用雞血為材料	13~14
拾貳、演化	一、遺傳變異與演化 二、物種形成 三、人類的演化 四、探討活動	·遺傳變異 ·天擇與適應 ·族群遺傳 ·生殖隔離 ·異域種化與同域種化 ·智人的起源與遷徙 ·鐮形血球與天擇	·介紹基因庫、等位基因頻率、哈溫平衡  ·不得涉及分類 ·討論鐮形血球之等位基因特性及天擇	6~7

主題	主要內容	內容細目	內容說明	參考 節數
拾參、生物多樣性與保育	一、生物多樣性	·基因多樣性 ·物種多樣性 ·生態系多樣性	·基因多樣性與族群大小 ·遺傳漂變與族群遺傳結構 (含瓶頸效應及創始者效應) ·影響物種多樣性的因子 ·以島嶼生物地理學理論說明島嶼物種多樣性的高低 ·影響生態系多樣性的因子 ·以地景生態學原理說明生態區塊相互影響的關係	6-7
	二、保育生物學	·生物多樣性降低的原因 ·生物多樣性保育的策略	·含入侵外來種、棲地破壞、棲地零碎化、過度利用等 ·含就地保育、移地保育與復育	

\*註：

1. 參考教學節數以第一學期約 15 週，第二學期約 13 週，每週授課 4 節計算，二個學期共 112 節。
2. 標示【※】的探討活動為「延伸性探討活動」，不應列入學習評量的範圍。教材編輯者於編撰教材時可自由選擇是否將該探討活動納入；教師亦可因應教學及學生學習之需要，自由選擇是否將該探討活動列入教學活動；學生亦可自由選擇是否要做該探討活動。

## 伍、實施要點

### 一、教材編選

- (一) 普通高級中學選修科目「生物」課程的教材編選，應要能引導學生理解生物學基本知識與研究活動，培養尊重生命、愛護環境及發展研究和解決問題的能力。
- (二) 教材內容之深度及廣度應適合普通高級中學三年級學生的認知能力，並注意與普通高級中學「基礎生物」課程內容及大學專業課程之銜接。
- (三) 課程綱要之「內容說明」欄旨在適度規範教材編輯及教學選材內容的深度和廣度，選編教材時應審慎考量「內容細目」及「內容說明」的規範，不宜偏漏或超出範圍。教材份量可依各主題之性質彈性調整，惟應儘量與教學參考節數相配合。
- (四) 教材之組織應以學生的「先前知識（prior knowledge）」為基礎，強調概念系統之間的統整及協調，相關概念之呈現應由淺至深，由具體而抽象，

注意概念發展之層次、系統與連貫，避免僅記憶零碎之知識。

- (五) 教材編輯及教學選材應重視基本概念的探討以及生物學概念系統之發展，儘量選用我國生物學研究的成果及在地學習材料，以期與學生之生活經驗相結合，激發學生的學習興趣。
- (六) 教材編輯和出版者於編撰教材以及教師於規劃教學內容時，應參考物理、化學和地球與環境等學科的相關單元內容，以避免不必要之重複。
- (七) 教材選編應力求淺顯易懂、生動有趣且容易閱讀，並多附圖、表及照片等以幫助學生了解。使用之專有名詞和人名之譯名應以教育部公布之生物學名詞為準，其未規範者宜參照目前國內相關學術期刊或一般習慣用詞，妥適翻譯，初次出現之專有名詞或外國人名宜附原文以為對照。
- (八) 為促進科技和人文素養的均衡發展，使生物科之學習能融入人文的內涵，選編教材時宜適當納入有關科學家生平的闡述，並簡要說明重大科學發現的經過。環境保育及永續發展相關的概念或發展，也應介紹說明，以培養學生尊重生命、愛護環境與永續發展的情操。
- (九) 選編教材時宜將「探討活動」融入教科書，活動內容之設計應儘量配合教材綱要，以使教材內容的學習更完整、明晰，活動之取材應儘量選用在地材料。此外，編撰教材時應另編「探討活動紀錄簿」，俾方便學生於進行活動時記錄探討活動之過程、結果與討論。
- (十) 編撰教材時應隨附「教師手冊」供教師教學之參考，「教師手冊」的內容除列出各單元教學目標、教材內容說明外，亦應適當提供教學參考資料和建議等，供教師教學之參考。

## 二、教學方法

- (一) 教師教學時應先以適當方法診斷學生之「先前知識」，並以學生之「先前知識」及生活經驗為基礎，應用適當之教學策略幫助學生達到有意義的學習。
- (二) 教師之教學應以科學概念知識為主軸，注重基本科學概念之了解和融會貫通，不宜過度強調零碎知識的記憶。
- (三) 教師教學時應多以發問方式啟發學生思考，激發學生參與討論活動，並積極鼓勵學生提問，以幫助學生了解教材內容，引起學生的學習動機和興趣，促進自我學習。
- (四) 教師教學時除了應注重學生對科學概念知識的學習外，亦應兼顧科學過程技能（如：推理、預測、解釋資料、提出假說、設計實驗等）和科學態度（如：虛心、尊重數據、不輕下結論等）的培養。
- (五) 教師教學時應因應教材的特性，應用適當的教學媒體來輔助教學或實施戶外教學，以幫助學生了解科學概念知識，發展科學過程技能。
- (六) 教師教學時應適當應用社會資源，結合當地科學教育及研究機構，以幫助學生結合生活經驗及教材內容，並了解科學發展過程。也應提供機會，引導學生討論生物學相關的社會、倫理或法律議題。

(七)教師教學時必須注意學生的個別差異，對於學習較快或較慢的學生，應該因應其學習情況適當實施充實或補救教學。

### 三、教學評量

(一)教學評量應以課程目標及教學目標為依據，並兼顧認知、技能和情意三個領域的學習，以檢測學生是否習得基本的科學概念知識、科學過程技能和科學態度等。

(二)教學評量的實施應善用診斷性、形成性與總結性評量的特性，採定期及不定期考查的方式實施，俾隨時診斷學生的學習困難，檢測學生的學習進展，評量學生的學習成果，以做為教師改進教學及促進學生學習之參考。

(三)教學評量應適當發揮督促、鼓勵和啟發學生反省思考的功能，並引導學生察覺自己學習方式的優缺點，不宜僅做為評量學生學習成就的工具。

(四)實施教學評量時，應適時發掘有特殊學習困難或具有特殊科學性向及才賦的學生，俾給予適當的補救教學或個別輔導。

(五)教學評量應秉持真實性評量(*authentic assessment*)的理念，採多元的方式實施，除由教師進行考評之外，亦得輔以學生自我評鑑等方式，以考查學生是否達成教學目標，俾做為改進教學、提升教學成效的參考。

(六)教學評量的實施方式不宜僅侷限於紙筆測驗，可兼採觀察、晤談、繳交報告、實作及檔案評量(*portfolio assessment*)等方式為之，以期能公正、客觀的評估學生的學習情況，並激發學生的學習動機，增進學習績效。

(七)實施教學評量時除了以「常模參照評量(*norm-referenced assessment*)」來解釋學生的學習成就外，亦宜斟酌情況適切採用「標準參照評量(*criterion-referenced assessment*)」的理念來解釋學生的學習表現，以發揮教學評量在檢測學生學習進展狀況，提升學生學習興趣的功效。

(八)認知領域學習表現的評量除應包括知曉、了解的表現外，亦應注重應用、統整等高層認知能力及批判思考等的表現。知曉、了解、應用和統整四個階層認知能力之定義如下：

#### 1.知曉科學知識(K)

- (1)記憶在學校課程或日常生活經驗中所習得之科學事實或知識。
- (2)區別或界定基本科學名詞、術語或科學實驗器材。
- (3)閱讀圖表。

#### 2.了解基本科學原理法則(U)

- (1)了解基本科學概念、原理、法則。
- (2)了解科學學說和定律的內容。
- (3)了解科學知識間的關係。

#### 3.應用基本科學資訊(A)

- (1)分析及解釋資料。
- (2)應用科學知識進行推理、推論、預測。
- (3)分析資料並應用資料進行推理、推論、預測。

#### 4. 統整科學資訊（I）

- (1) 綜合各項資訊，指出各變項之間的關係。
- (2) 統整實驗過程及數據，指出擬驗證之假說及提出結論。
- (3) 統整科學概念提出結論。
- (4) 綜合各階層科學知識以解決問題。

### 四、教學資源

- (一) 學校應依教育部頒布之「普通高級中學設備標準」，設置生物實驗室及器材準備室，並配置管理人員。實驗活動所需之器材應獲得充分之供應。
- (二) 學校除應依據課程綱要之內容，妥適充實教學必需之相關設備、器材、藥品及標本（含玻片標本），並購置教學所需之模型、掛圖及光碟等教學媒體以配合教學外，亦應提供相關設備和材料鼓勵教師自製教學媒體，以配合教學使用。
- (三) 為方便生物科之教學實施，學校宜在環境許可的範圍內，妥善設置小型「生態池」或「植物園區」，以利生物科教學活動之進行。
- (四) 實驗室及進行實驗活動的場所應特別注意通風及安全設施，教師應妥適教導和輔導學生正確使用、操作與維護實驗相關設備（如：顯微鏡等）。
- (五) 學校應儘量配合教學需要，購置生物教學相關書籍、期刊、雜誌等參考資料供師生借閱，並做為學生學習及教學研究之參考。

### 陸、附 錄

- 一、普通高級中學選修科目「生物」課程綱要內容之設計，除注重生物學知識及探究活動的發展歷程，強調與人類生活相關之生物學議題外，並注重整體生物學概念的系統性及完整性，由微觀的分子和細胞階層來探討生物體的構造與機能以及生命的延續，進而由巨觀的生態學角度探討生物與自然環境間的交互作用及生物演化的機制。
- 二、普通高級中學選修科目「生物」課程綱要內容，是以培養未來從事生命科學相關專業領域之基本知能為教材綱要設計之依據，課程設計採「螺旋式課程」的理念，向下銜接普通高級中學「基礎生物」及國民中小學「自然與生活科技」課程，向上則為大學階段的生物相關專業教育奠定根基。
- 三、普通高級中學選修科目「生物」課程綱要之修訂，除了反映生物科學之快速發展及社會對未來生物科技人才培育的需求外，更審慎考量了課程實施之可行性。因此，教材綱要內容之選材除了積極納入生物學的新知外，亦考慮維持必要的穩定性。
- 四、近代生物學的進展可謂一日千里，尤以分子生物學、生物技術等方面尤然，為提升未來課程實施之可行性及實施成效，以有效達成課程目標，主管教育行政機關應於課程實施之前，妥撥經費以充實生物科教學相關設備，並有計畫辦理生物科教師研習，以提供教師在職進修的機會。

## 普通高級中學必修科目「基礎地球科學」課程綱要

中華民國 97 年 1 月 24 日臺中（一）字第 0970011604B 號令發布  
中華民國 102 年 7 月 31 日臺教授國部字第 1020071891A 號令修正發布

### 壹、課程目標

普通高級中學「基礎地球科學」之課程目標旨在培養具備「地球科學」基本素養（包括知識、思維和技能、態度）的現代公民。

### 貳、核心能力

- 一、學生能具備地球科學的重要基本知識。
- 二、學生能瞭解並初步應用地球科學的概念與法則。
- 三、學生能了解或關心日常生活中有關地球科學的報導。
- 四、學生能對地球科學相關議題產生興趣與學習意願。
- 五、學生能察覺人類活動對地球環境的影響。
- 六、學生能知道地球科學所運用的基本觀測技術及對認識地球的重要性。

### 參、時間分配

本課程於高一、高二實施，為四學分之課程，以安排二學期，每學期二學分，內含實習活動，每週授課二節為原則。學生依興趣與專長之需要，至少修習二學分。

### 肆、教材綱要

本教材綱要分主題、主要內容、內容細目、預期學習成果及參考節數等五部分，以作為教材編輯之指引。教材編輯時，可根據課程綱要自行統整其中之內容，自訂篇、章、節之順序或名稱，不需按照主題中的順序編寫教材內容（預期學習成果係內容細目之綜合說明，並非一對一之對應）。第一學期規劃第一個主題至第五個主題；第二學期規劃第六個主題到第九個主題。

主題	主要內容	內容細目	預期學習成果	參考節數
一、人與地球環境	1.人與地球環境的綜覽	1-1 地球適合生命發展的條件  1-2 人與環境唇齒相依	<ul style="list-style-type: none"><li>• 知道人類生存所必須依賴的條件。</li><li>• 察覺人類生活脫離不了地球現有的環境。</li><li>• 欣賞地球環境與生態的巧妙互動。</li><li>• 察覺人類活動已對環境產生衝擊。</li></ul>	4
	2.探索地球的起源	2-1 地球的起源	<ul style="list-style-type: none"><li>• 知道地球是隨太陽系的形成而來。</li><li>• 知道大氣與海洋的可能起源。</li><li>• 知道地球的歷史（備註：儘量以圖表方式呈現）。</li></ul>	

主題	主要內容	內容細目	預期學習成果	參考 節數
		2-2 探索地球歷史的方法與限制	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 知道研究地球歷史的方法，如可利用地質記錄、化石研究及放射性元素定年法等，並知道這些研究方法有其限制，體會科學探索有其過程。</li> </ul>	
二、太空中的地球	1.從太空看地球	1-1 地球所處的太空環境	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 知道地球以外的太空環境概況，包含太陽輻射、太陽風、宇宙射線、小天體（彗星、隕石）等。</li> <li>• 了解目前太陽系內之天體除有行星外，還有矮行星與太陽系小天體。</li> <li>• 知道地球在太陽系中利於生命存在的原因包括適合的氣溫、液態水的存在、大氣層和地球磁層的保護等。</li> </ul>	5~7
	2.從地球看星空	2-1 認識星空  2-2 觀察星空	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 知道星座在天文學上的意義。</li> <li>• 知道星空具有周日與周年的規律性變化。</li> <li>• 了解星座盤的基本原理及其應用。</li> <li>• 知道視星等與絕對星等的區別及兩者之間的關係。</li> <li>• 了解恆星顏色與星球表面溫度之相關性。</li> </ul>	
三、動態的地球	1.地球的結構	1-1 大氣的結構  1-2 海洋的結構  1-3 固體地球的結構	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 了解大氣層氣溫、氣壓的分布特性及其基本原因。</li> <li>• 知道表層海水溫度和鹽度的分布，以及溫度與鹽度隨深度的變化。</li> <li>• 由地震觀測知道固體地球內部有層層結構。</li> <li>• 知道固體地球是由三大岩類所組成，並知道三大岩類的特徵。</li> </ul>	13
	2.大氣與海洋的變動	2-1 大氣變化	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 了解蒸發與凝結的過程及在大氣中發生的條件。</li> <li>• 了解高、低氣壓系統與風向、風速、大氣垂直運動的關係與原因，及其與天氣變化的關係。</li> <li>• 知道風和海流會將能量傳送到不同區域。</li> </ul>	

主題	主要內容	內容細目	預期學習成果	參考 節數
		2-2 海流、波浪與潮汐	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 知道海流的成因，並知道會對環境造成不同影響。</li> <li>• 知道風成流具有不同特性。</li> <li>• 知道波浪的特性。</li> <li>• 知道潮汐與潮流的成因與週期，及其對海岸環境的影響，並知道臺灣有不同的潮汐現象。</li> </ul>	
	3.固體地球的變動	3-1 火山帶與地震帶 3-2 板塊運動	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 知道火山或地震在某些地帶常發生。</li> <li>• 知道板塊的基本概念及板塊邊界與地殼變動的關係。</li> <li>• 了解在板塊邊界上的臺灣地殼變動。</li> </ul>	
四 、 天 然 災 害	1.氣象災害	1-1 颱風  1-2 洪水	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 了解颱風形成的必要條件與機制。</li> <li>• 了解侵臺颱風的風雨變化。</li> <li>• 知道侵臺颱風路徑及其可能造成的災害。</li> <li>• 了解洪水災害與劇烈天氣之密切關連。</li> <li>• 了解造成洪水災害的原因不僅是降水太多的問題。</li> </ul>	
	2.地質災害	2-1 地震災害  2-2 山崩與土石流	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 知道地震的發生主要與斷層活動有關。</li> <li>• 知道臺灣歷年來的地震曾造成重大天然災害。</li> <li>• 知道山崩、土石流和地質環境、天候條件有密切關連。</li> </ul>	4~5

主題	主要內容	內容細目	預期學習成果	參考 節數
五、全球氣候變遷	1.氣候變化	1-1 從地球歷史看氣候變遷及其影響  1-2 短期氣候變化	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 知道地球歷史上經常有長短期冷暖交替的氣候變化及其可能的原因與影響。</li> <li>• 知道冰期與間冰期海平面的升降，對全球生物與自然環境可能造成影響。</li> <li>• 知道人類歷史中的氣候變化有多重時間尺度的特性，包含不同時間尺度的短期氣候變化。</li> </ul>	6~7
	2.全球暖化與氣候變遷	2-1 全球暖化  2-2 氣候變遷	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 知道近期全球平均氣溫持續上升的變化情形。</li> <li>• 知道全球暖化對未來氣候可能會造成影響。</li> </ul>	
六、地球古今談	1.地球觀的探索	1-1 古今對地球起源和演變的看法  1-2 古今對地球形狀與大小的觀念  1-3 地殼均衡理論	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 知道人類對地球起源和演變想法的演進。</li> <li>• 知道人類如何得知地球形狀和大小的觀點演進。</li> <li>• 知道地殼均衡理論的源起與主要觀測證據。</li> </ul>	7~8
	2.探索時序的根源	2-1 曆法源自於日月地之相對運動  2-2 陽曆反映季節更替	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 了解人類如何利用天體運行劃分年、月、日。</li> <li>• 知道每日晝夜長度隨季節變化。</li> <li>• 知道陽曆與季節的關聯。</li> </ul>	
七、地球環境的監測與探索	1.觀風雲	1-1 氣象觀測與預報	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 知道氣象觀測與預報的關係及其重要性。</li> <li>• 知道地面與高空氣象觀測的項目與方法，例如：氣壓、溫度、溼度、風、雲、探空氣球等。</li> <li>• 知道可由地面天氣圖判別基本的天氣系統。</li> <li>• 知道氣象預報的流程與限制。</li> <li>• 知道即時預報的重要性。</li> </ul>	11~13

主題	主要內容	內容細目	預期學習成果	參考 節數
	2.測海象	2-1 海洋觀測	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 知道海洋的基本觀測，例如：溫度、鹽度、波浪、潮汐、海流。</li> <li>• 了解溫鹽圖的意義與用途。</li> <li>• 了解測量海水深度的方法。</li> </ul>	
	3.探地層	3-1 固體地球的觀測	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 知道探測地層特性的方法，例如：岩性、沉積構造和沉積年代等。</li> <li>• 知道觀測地球內部的方法，例如：利用地球物理的方法等。</li> <li>• 知道大陸地殼鑽探的發現。</li> </ul>	
	4.望星空	4-1 星空觀測	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 知道近代的天文觀測科技，例如：無線電波望遠鏡、太空探測工具等。</li> <li>• 知道觀測宇宙的方法與限制，例如：太空探測、天體光譜等。</li> <li>• 知道天文望遠鏡觀測星空的原理。</li> </ul>	
	5.地球環境的現代觀測技術	5-1 地球環境的觀測	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 知道觀測技術的發展對認識地球環境的重要性。</li> <li>• 知道對地球環境的認識大都需要利用各種方法及長時期的觀測。</li> </ul>	
		5-2 在地面上觀測	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 知道在地面上觀測大氣、海洋及固體地球的方式與項目的多元性。</li> </ul>	
		5-3 在太空中遙測	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 知道太空遙測的方式與遙測項目的多元性及其運用。</li> </ul>	
八、 地 球 環 境 的 特 徵	1.壯麗的山河	1-1 地貌的變化	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 了解地質作用（含地殼變動）對地貌變化的影響。</li> <li>• 由地質構造：褶皺、節理、斷層，了解地質作用。</li> <li>• 了解地貌變化與地質構造，有不同時空尺度。</li> <li>• 了解岩石的形成、風化、沉積等岩石循環的過程。</li> </ul>	12~13
		1-2 岩石循環		
	2.廣闊的海洋	2-1 波浪與海岸地形	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 知道波浪在近岸處破碎後會形成沿岸流。</li> <li>• 知道沿岸流是造成海岸侵蝕與堆積的重要因素之一。</li> <li>• 知道一般海底地形的形貌。</li> </ul>	
		2-2 海底地形		
		2-3 海洋地殼	<ul style="list-style-type: none"> <li>• 知道海洋地殼鑽探的發現。</li> </ul>	

主題	主要內容	內容細目	預期學習成果	參考 節數
九 、 地 球 資 源 與 永 續 發 展	3.多變的天氣	3-1 成雲致雨 3-2 大氣運動	<ul style="list-style-type: none"> <li>了解水在大氣中的角色：三態變化與能量的轉換傳遞。</li> <li>知道大氣穩定度、垂直運動及其與雲雨的關係。</li> <li>知道海陸差異及地形變化將驅動局部環流，並對天氣造成影響。</li> </ul>	
	4.燦爛的星空	4-1 星光與星色 4-2 宇宙結構	<ul style="list-style-type: none"> <li>知道恆星的光譜與顏色有關，恆星光譜分為 O、B、A、F、G、K、M 七大類。</li> <li>知道由恆星光譜可以得知恆星的組成。</li> <li>知道宇宙中已觀測到的最大結構為星系團。我們的銀河系是螺旋狀星系，可直接觀測到的物質主要包含恆星與星際物質。</li> <li>了解地球上看到的星空係不同時空的疊合。</li> <li>了解觀測到的恆星處於不同演化階段。(備註：不提赫羅圖)</li> </ul>	
九 、 地 球 資 源 與 永 續 發 展	1.永續發展	1-1 永續發展的理念	<ul style="list-style-type: none"> <li>知道節用資源與合理開發，可以降低人類對地球環境的影響，以利永續發展。</li> </ul>	2
	2.能源的永續性	2-1 再生能源	<ul style="list-style-type: none"> <li>可以利用再生能源以利永續發展。</li> </ul>	

## 一、必修基礎地球科學實習活動

本課程至少進行八次實習活動，每次活動至少一小時，以協助達成學習預期成果。下列之實習活動，僅供參考，可視實際授課需要，自行發展。

## 二、實習活動參考

項次	活動性質	活動內容
一	觀測活動	參觀當地的自然博物館、化石展覽館或含化石地層的露頭。
二	觀測活動	利用晚上的時間進行觀測以記錄星空，並察覺其變化。
三	觀測活動	分組從事地面氣象觀測，並與中央氣象局網站上之氣象資料，進行分析、比較。
四	參觀活動	參觀當地的氣象站或地震站，認識觀測內容工作之重要性，並分組完成報告。
五	分析活動	從以往的颱風實例，比較颱風路徑不同時，對台灣不同區域所造成的災害狀況，例如：西北颱、西南氣流等。
六	探討活動	調查學校及居家地區以往曾經歷過哪些氣象或地質災害，及其形成原因。
七	探討活動	從台灣附近海底地形資料，繪製最近一次冰期結束前的海陸分布，觀察與現況有何不同，並討論可能造成的影响。
八	探討活動	模擬太陽的仰角在一年四季中的變化，並討論其與晝夜長短的關係。
九	實驗活動	設計實驗，實際測計校園裡的氣溫溼度等天氣要素
十	分析活動	分析台灣附近海域不同海流的溫鹽資料。
十一	觀測活動	到海邊去觀測波浪、潮汐、或海流的變化，並探討其特性。
十二	觀測活動	以星座盤模擬星空運轉，並進行實際星空的觀察。
十三	其他	

註：

1.「預期學習成果」之說明：學生之預期學習成果應涵蓋認知、技能和情意等三大領域，本課綱僅針對與細目內容最相關之認知與情意領域作較詳細之說明。技能領域因涵蓋基本的科學過程技能，如觀察、分類、測量、運用時空關係及數字、傳達、推理、預測，以及統整的科學過程技能，如解釋資料、形成假設、控制變因等等。這些科學過程技能應與認知和情意領域密切配合，並逐漸經由課堂教學和實習活動培養，本綱要並不特別說明，以下學習成果之前面兩項屬於認知領域，後面二項屬於情意領域。

(1) 知道：學生意能夠回憶或記憶課程教材中的重要科學名詞和定義、基本科學現象和事實、處理事務的程序，以及科學理論或法則的要義等。在認知範疇中，知道（或記憶知識）為較低階的學習成果。此預期之學習成果希冀學生能將所學習到的事實或知識，完整或有系統的記憶。例如：學生意能夠簡單記得天氣和氣候對

生活的影響、岩石是由礦物所組成、波浪在近岸處破碎後會形成沿岸流、恆星的顏色與星球表面溫度有關，皆屬此層次的學習成果。

- (2) 了解：學生意能夠理解並解釋概念或現象，或利用已知的科學事實與原理法則，針對現象作解釋。在認知範疇中，了解比單純的知道（或記憶知識）高一層級，是一種能讀取資料意義之能力。如學生能將資料轉譯成另一種形式(如將文字轉成數字)，並說明資料的意義（解釋或摘要），即屬此項能力的一種表現。此預期之學習成果希冀學生能理解原理法則，並解釋概念或現象。例如：學生意能夠說明大氣溫度垂直變化的形成原因、台灣的地殼變動是因為台灣位在板塊邊界上，皆屬此層次的學習成果。
- (3) 欣賞：學生對於接觸到的事物，能夠有自己的體會並能樂在其中。例如：學生能體會地球環境與生態互動之巧妙，並能樂在其中。
- (4) 察覺：學生對於週遭的事物，能夠有所意識或感受。例如：學生能意識到人類活動已對環境產生衝擊，而有所感受。

## 2. 「參考節數」包含教學及實習活動。

## 伍、實施要點

### 一、教材編選

- (一) 編寫教材時，應注意與國民中小學九年一貫課程的銜接，並注意教材內容應具時代性與前瞻性。教材編寫時亦應視各主題內容之特性，適度融入與性別平等、人權、法治、環保、生命教育、永續發展、多元文化等相關之重要議題。
- (二) 教科用書內容除須與國民中小學「自然與生活科技」學習領域銜接之外，更應強調基本概念與日常生活經驗的連接。
- (三) 教科書之編寫，應依據課程綱要，掌握課程目標，並配合學生認知發展，以生動有趣之方式（可不必按照教材綱要之順序）呈現整體課程之內容。
- (四) 教科書之份量，應配合各學期實際可上課的教學節數編寫。教材份量之規劃為一學年（二學期），並以一學期十六週，每週授課二節為原則。每主題之授課節數可依各主題份量之多寡，作彈性之調整。
- (五) 教科書之文字敘述，應力求淺顯生動活潑，儘量避免過多的專業術語。為提高學生的學習興趣及學習成效，教科書中應充分提供主題清楚之圖表和彩色照片供學生參考。
- (六) 教科書中應附作業或評量試題，培養學生分析、歸納與推理之能力。
- (七) 學生實習活動手冊應配合教科書內容編寫，儘量避免與教科書的內容重複。
- (八) 教師手冊除須明列具體教學目標及評量要領外，亦須提供達成目標之適當教學方法，以及教具、教學媒體與資源、作業指導或評量試題解答等。

## 二、教學方法

- (一) 教學方法應以達成課程目標為依歸，故建議教師廣泛運用各種教學策略及選用適當的教學方法進行教學。除課堂講授與演示外，教師應配合不同教學主題，適度採用不同之教學方法，如引導學生進行觀測、調查、探究、小組討論、上台報告、問題解決、戶外參觀、小組合作學習、遊戲或競賽、表演或公聽會等等，使教學過程生動多變化。
- (二) 教師教學應儘量利用各種校內外教學資源進行教學，校內資源如圖片、掛圖、海報、模型、標本、儀器、幻燈片、投影片、影片、錄影帶、VCD、DVD、電腦與網路、圖書館等；校外資源如博物館、科學館、自然公園、教育資料館及可供諮詢的學者專家等，以提升學生之學習效果。
- (三) 教師教學時宜提供適當之資料或觀測數據，以引導學生思考並探究討論，使學生經由主動參與分析歸納而形成基本概念；並激發其學習「基礎地球科學」知識的興趣及培養主動關心和珍惜地球環境的態度。
- (四) 配合教科書重點內容，教師可多補充與鄉土或生活相關之題材及資料，以引起學習動機，營造互動良好之學習環境。教師所營造的學習與教學環境，應盡可能提供學生進行探究式學習的機會，並多運用現代的視覺影像科技（visualization technologies）以及模型和系統來幫助學生學習地球科學的內容。
- (五) 教師教學時，可彈性調整教科書單元活動之順序，以適應時令季節、各地區、各校的特性。

## 三、教具及相關教學設備

- (一) 各校應依教育部所頒布之「普通高級中學設備標準」設置「地球科學」專科教室、準備室、器材室。專科教室宜具備各項視聽教學設備，如圖表、掛圖、模型、標本、實驗器材、電腦與網路等。專科教室得配置管理人員並應注重妥善的管理，以維護安全。
- (二) 學校應充實「基礎地球科學」教學參考資料，除相關書籍之外，宜多購置有關期刊、雜誌，以供師生參考。
- (三) 各校宜善加利用相關單位發展製作之視聽教材。

## 四、各科教材或單元間的聯繫與配合

「基礎地球科學」和數學、物理、化學、生物、地理等學科關係較密切，任課教師應熟悉相關各科教科書之內容，並透過教學研究會方式，與各相關科目任課老師共同研討教學配合方案，以求科際間橫向之聯繫。

## 五、教學評量

- (一) 教學評量應與課程目標和教學方法相契合。評量的結果應可作為瞭解學生起點行為、調整教學目標與回饋、診斷與補救教學之依據。
- (二) 教學評量應在教學前、教學中、教學後進行。評量範圍應兼顧認知、技能、情意等三方面。
- (三) 教學評量方法宜多樣化，除紙筆測驗外，可多採家庭作業、問學生問題、觀察學生、觀測紀錄、成品展示、專案報告、實作評量、學習歷程檔案評量等多種方式。